

# نظرية الإحتمال وفق مذهب المفكر الصدر

يحيى محمد

على الرغم من وجود الكثير من النظريات والمذاهب التي تناولت قضية الإحتمال بالتفسير، إلا ان المفكر الصدر لم يتناول منها سوى نظريتين محددين، هما نظرية لابلاس والمذهب المتناهي للنظرية التكرارية، حيث نقدهما معاً واعقبهما بعرض اطروحته الجديدة التي بناها على العلم الإجمالي. والمقصود بالعلم الإجمالي هو علم لا تكون فيه المعرفة محددة، كما أن تقول: ان أخي إما في البيت وإما في المدرسة، فلم تحدد في هذا المثال إن كان اخوك في البيت أو في المدرسة، فعلمك بوجوده يصبح علماً إجمالياً غير محدد.

ومن وجهة نظر المفكر الصدر ينقسم هذا العلم إلى قسمين: أحدهما يقوم على أساس التشابه أو الاشتباه كعلمنا بفقدان كتاب ما لا على التعيين، أو علمنا بأن أحد طلاب الصف غائب من دون ان نعلم بوجه التحديد من هو الغائب بالذات، فهل هو زيد أو عمر أو خالد..؟ والآخر يقوم على أساس التمانع أو التنافي العقلي؛ كعلمنا بأن تلك الكتابة ليست سوداء ولا زرقاء في الوقت نفسه، لعلمنا باستحالة اجتماع المتنافيات حسب شروط التنافي، وكعلمنا بأن وقوع قطعة الزهر على الارض لا يظهر لنا - في الجهة العليا - الآسين «1» و«2» معاً، حيث أطراف هذا العلم متنافية، فظهور الآس «1» يتنافى مع ظهور الآس «2» أو مع أي آس آخر في قطعة الزهر. أما العلم الإجمالي الأول فلا شك ان أطرافه ليست متنافية، بمعنى ان من الممكن ان يجتمع اثنان منها على الأقل. فمثلاً لو ان بعض الناس اخبرنا بولادة مولود لا نعرف عدده ولا جنسه سوى انه لا يزيد على اثنين؛ فهذا يعني ان من المحتمل ان يجتمع طرفا العلم الإجمالي ويكون المولود عبارة عن اثنين لا واحد. لكن رغم ذلك فإن من الممكن تحويل هذا العلم إلى علم إجمالي متنافي الأطراف، وذلك بتشكيل أطراف محتملة أو ممكنة كالاتي:

1 - إحتمال أن يكون المولود ذكراً واحداً.

2 - إحتمال أن يكون المولود بنتاً واحدة.

3 - إحتمال أن يكون المولود ذكراً وبنتاً.

4 - إحتمال أن يكون المولود ذكرين.

5 - إحتمال أن يكون المولود بنتين.

هذه خمسة أطراف متنافية للعلم الإجمالي للمولود الذي نجهل عدده وجنسه، حيث يستحيل ان

يجتمع طرفان فأكثر من تلك الأطراف معاً.

وبهذا يصبح كلا القسمين السابقين من العلم الإجمالي يتضمن التنافي في الأطراف. وعليه يستخلص المفكر الصدر النقاط الأربع التالية:

1 - ان العلم الإجمالي هو علم كلي غير محدد.

2 - ان كل طرف من مجموعة الأطراف يحتمل ان يمثل معلوم العلم الإجمالي غير المحدد.

3 - ان عدد هذه الأطراف يطابقه مجموعة الاحتمالات الممكنة، وذلك لأن كل طرف يحتمل له أن يمثل معلوم العلم الإجمالي.

4 - يستحيل على مجموعة الأطراف أن تجتمع مع بعض، وأن قيمة مجموعة احتمالاتها لا بد أن تساوي العلم أو اليقين، لا أكبر منه ولا أصغر. فكل احتمال هو جزء من العلم، ومجموعها لا بد أن يساوي قيمة العلم الثابتة؛ باعتبارها تمثل جميع الاحتمالات الممكنة. ولهذا فإن التغير الذي يحصل في زيادة الأطراف المتنافية أو نقصانها لا يغير من تلك القيمة، بل يغير من قيم نفس الاحتمالات لدى الأطراف، حيث زيادتها في العدد يخفّض من قيم الاحتمالات التي تمثلها، والعكس بالعكس. لكن يظل مجموع الاحتمالات ثابتاً يعبر عن رقم اليقين «واحد»، لا أكبر منه ولا أصغر.

ومن خلال هذه المعلومات وضع المفكر الصدر تعريفين مختلفين للإحتمال، وذلك كالآتي:

### التعريف الأول للإحتمال

ان الصيغة الأولى من تعريف المفكر الصدر للإحتمال قد نصّت على ما يلي: «ان الإحتمال الذي يمكن تحديد قيمته هو دائماً عضو في مجموعة الاحتمالات التي تتمثل في علم من العلوم الإجمالية، وقيمته تساوي دائماً ناتج قسمة رقم اليقين على عدد أعضاء مجموعة الأطراف التي تتمثل في ذلك العلم الإجمالي، فإذا رمزنا إلى كل عضو في مجموعة الاحتمالات بـ (س) وإلى رقم اليقين بـ (ل) وإلى عدد أعضاء مجموعة الأطراف بـ (ح) فإن قيمة (س) هي ناتج قسمة (ل) على (ح)، أي لـح. >>

ويمكن التعبير عن العلاقة الرياضية السابقة كالتالي:

$$\text{قيمة (س)} = \text{ل} \div \text{ح} = 1 \div \text{ح}$$

وذلك لأن (ل) تمثل اليقين أو العلم الذي هو واحد. والكسر السابق يعتبر رمزاً للإحتمال ذي التصديق الجزئي الذي يمثله (س). ولتوضيح تطبيق هذا التعريف نلاحظ في مثالنا السابق

للمولود أن لدينا خمسة أطراف محتملة، كل منها يمكن التعبير عنه بـ (س) الذي يجب أن تكون قيمته تساوي (1\5).

## مشاكل التعريف الأول

الملاحظ في التعريف السابق أنه يواجه بعض المشاكل كالاتي:

**1 -** انه لكي يمكن أن نستخرج قيمة (س) لأحد أطراف العلم الإجمالي لا بد من افتراض ان تكون هذه الأطراف متساوية الاحتمال، وهذا ما يؤدي إلى المصادرة على المطلوب، حيث اننا لا يمكن أن نحدد الاحتمال إلا من خلال معرفتنا السابقة بتساوي احتمالات الأطراف، ومن ثم فاننا في الواقع نكون قد فسرنا الاحتمال باحتمال آخر. ولدى المفكر الصدر أكثر من تعبير يدل على هذا المعنى من المصادرة. فهو تارة يعرف هذا الاحتمال بأنه عبارة عن «تصديق بدرجة معينة ناقصة من درجات الاحتمال»<sup>[1]</sup>، وهو تعريف الشيء بنفسه، أي ان الاحتمال هو الاحتمال. كما تارة ثانية يقر بهذا المعنى ضمناً في بعض مصادراته المعلنة. ففي مصادراته الأولى التي أضافها إلى جملة البديهيات الست السابقة نص على أن العلم الإجمالي ينقسم بالتساوي على أعضاء مجموعة الأطراف التي تتمثل فيه<sup>[2]</sup>. مع انه لا يفهم من هذا التساوي سوى التساوي في الاحتمال، فنكون قد عرفنا الاحتمال باحتمال آخر مفترض. ويؤيد هذا المعنى ما ذكره بصدد تحديد العلم الإجمالي الذي أقام عليه تفسيره للإحتمال، وهو ان لهذا العلم مجموعة احتمالات يطابق عددها عدد مجموعة أطراف العلم الإجمالي<sup>[3]</sup>، فلولا افتراض هذه المجموعة من الاحتمالات وتساويها لما أمكن ان يحدد لنا الاحتمال الذي صاغ تعريفه وتحديده. أي انه عرف الاحتمال باحتمال آخر، مثلما فعل لابلاس من قبل.

**2 -** يشترط هذا التعريف ان يكون البسط في إحتمال (س) هو واحد دائماً، مع انه توجد الكثير من الاحتمالات التي لا يعبر البسط فيها عن ذلك. فمثلاً لو كانت لدينا خمس كرات ثلاث منها سود مع كرتين بيضاويين، و اردنا ان نعرف قيمة إحتمال سحب كرة بيضاء واحدة منها - عشوائياً - ، فمن الواضح ان النتيجة هي (2\5) )، مما يعني ان البسط في إحتمال (س) لا يعبر عن واحد. ولأجل توضيح ذلك نتبع الطريقة التالية:

توجد لدينا في المثال السابق خمسة أطراف متنافية ومتساوية الاحتمال كما يلي:

1 - إحتمال سحب الكرة البيضاء الأولى.

2 - إحتمال سحب الكرة البيضاء الثانية.

3 - إحتمال سحب الكرة السوداء الأولى.

4 - إحتمال سحب الكرة السوداء الثانية.

5 - إحتمال سحب الكرة السوداء الثالثة.

من هذه الأطراف الخمسة المتنافية يكون إحتمال سحب الكرة البيضاء الأولى هو  $(1\5)$ ، وكذا بالنسبة للكرة البيضاء الثانية حيث يساوي إحتمال سحبها  $(1\5)$  وفي هذه الحالة ان إحتمال (س) المعبر عن أي كرة بيضاء هو:

$$1\5 + 1\5 = 2\5$$

وقد يقال بأن (س) هنا قد قامت على إحتتمالات أخرى يكون البسط فيها مساوياً للواحد. وهو صحيح، لكن إحتمال (س) المحدد في التعريف هو غير تلك الإحتتمالات. إضافة إلى أنه في حالات أخرى قد لا يتحقق مثل هذا المضمون. فمثلاً لو كانت هناك حادثة تقع مرتين في كل ثلاث مرات، فإحتتمالها يكون  $(2\3)$ ، مع ان هذا التقدير - إن لم نتكلف في تبريره - لا يركز على إحتمال آخر بسطه يعبر عن الواحد الصحيح، بل ما يبرره هو إفتراض وجود عوامل ثلاثة، اثنان منها لصالح الوقوع وآخر لعدمه.

3 - إن التعريف السابق لا يسعه أن يفسر لنا القضايا التي يمكن أن تكون فيها (س) منفية أو مثبتة، أي تلك التي تساوي صفراً أو واحداً، إذ يشترط ان تعبر (س) عن التصديق الناقص دائماً.

4 - هناك نوع من الإحتمال لا يخضع لتحديد القيمة العددية..

### التعريف الثاني للإحتمال

أما التعريف الثاني الذي اقترحه المفكر الصدر فيتحدد بأنه لو تصورنا ان مجموعة أطراف العلم الإجمالي تشتمل على مراكز، بحيث ان كل عضو من هذه الأطراف يحتل مركزاً واحداً منها، فسيكون إحتمال (س) عبارة عن نسبة ما تحتله من مراكز إلى مجموعة أطراف ذلك العلم.

ومن الناحية الرياضية فإن قيمة (س) = ل/ح

حيث (ل) تمثل المراكز التي تحتلها (س)، و(ح) هي مجموعة أطراف العلم الإجمالي.

وبهذا يكون الكسر (ل/ح) رمزاً لنسبة البسط في المقام، وفي الوقت نفسه فإنه يحدد درجة

## إحتمال (س).

وطبقاً لهذا التعريف إذا أردنا أن نعرف في مثالنا السابق عن المولود قيمة إحتمال ولادة ذكر واحد فقط، فسنرى هناك مركزاً واحداً لصالح هذا الإحتمال من مجموع الأطراف الخمسة، أي أن هذا الإحتمال هو (1\5) ولمعرفة قيمة إحتمال أن يكون المولود ذكراً واحداً على الأقل فسنلاحظ هناك ثلاثة مراكز لصالح هذا الإحتمال، حيث إما أن يكون المولود ذكراً مجرداً أو ذكرين أو ذكراً وبنثاً، فهذه ثلاثة مراكز في مجموع الأطراف الخمسة، مما يعني أن قيمة الإحتمال تصبح (3\5).

ونقطة اختلاف هذا التعريف عن السابق هو انه لا يشترط أن يكون البسط حاملاً لرقم اليقين <<1>>، ومن ثم فباستطاعته تفسير القضايا التي يعجز عن تفسيرها التعريف الأول. كما أنه لا يشترط أن تكون (س) تعبر دائماً عن التصديق الناقص مثلما هو الحال مع ذلك التعريف، إذ يمكن لها ان تحصل على درجة النفي التام (الصفر) أو التصديق الكامل (الواحد).

## مشاكل التعريف الثاني

مع ذلك ما زالت هناك بعض الصعوبات التي يواجهها هذا التعريف كما يلي:

1 - انه كما في التعريف السابق لكي نحدد قيمة إحتمال (س) لا بد من إفتراض التساوي في احتمالات الأطراف المتنافية تبعاً لمبدأ عدم التمييز، مما يعني المصادرة على المطلوب. وقد اعترف المفكر الصدر - في بعض المناسبات - بتساوي الاحتمالات كشرط في تعريفه<sup>[4]</sup>.

2 - ان تعريف الإحتمال على أساس مفهوم المراكز يعني ذات المفهوم الذي حدد فيه لا بلاس نسبة الحالات الملائمة إلى الحالات الممكنة الكلية. فتعريف المراكز يشترط تفصيل العلم الإجمالي إلى ما أمكن من الأطراف المتنافية، وهو تعبير يتفق تماماً مع استخراج الحالات الممكنة الكلية التي يشترطها لا بلاس. كما أن القول بالمراكز التي تحتلها (س) بالنسبة إلى مجموع الأطراف يتفق مع مقالة لا بلاس في الحالات الملائمة لـ (س) بالنسبة إلى الحالات الممكنة الكلية. وبذلك يتبين وحدة التفسير لدى كل من النظريتين، إذ لا فرق بينهما في طريقة تحديد معنى الإحتمال وقيمه، إضافة إلى ما يصدق عليهما من الوقوع في القبلية نظراً لقيامهما على مبدأ عدم التمييز الذي يفترض التساوي في حالة عدم وجود ما يرجح بعض الاحتمالات على البعض الآخر.

3 - ان أي نسبة إحصائية مقدرة للحادثة يمكن أن تكون نسبة خاطئة إذا ما احتملنا ان تكون الأطراف والمراكز المحددة غير صحيحة، مما يعني ان الإحتمال الذي أسسناه إنما يعتمد على إحتمال قبله. وليس من حل لهذه المعضلة إلا باللجوء إلى إفتراض التقدير، بالمزاوجة بين ما هو عقلي وما هو إستقرائي كما سنرى.

4 - يضاف إلى ان هناك من الاحتمالات ما لا تخضع إلى القيم العددية اطلاقاً.

## التعريف وبديهيات الاحتمال

إن من أبرز العلامات الدالة على حسن التعريف وجودته كونه يتمكن من تفسير أكثر ما يمكن من القضايا الاحتمالية، مع استناده لأقل ما يمكن من المصادرات القبلية المفترضة. وحيث ان للمفكر الصدر صيغتين من التعريف فإنه يحق لنا التساؤل عن أي منهما له مثل تلك القدرة؟

الذي سيتضح لنا هو ان الصيغة الثانية هي وحدها التي لها هذا الامتياز؛ لكونها ابلغ شمولية في التطبيق بالنسبة إلى كل من قضايا الاحتمال والبديهيات. واذ تقر الصيغة الثانية بنسبة احتلال (س) من المراكز إلى مجموعة أطراف العلم الإجمالي؛ فإنها تفي بالمطابقة مع جميع بديهيات الاحتمال.

فهناك عدد من البديهيات التي تحتاجها الحسابات الرياضية للقضية الاحتمالية بغض النظر عن التصورات المختلفة حول تفسير الاحتمال، وهي بديهيات معطاة بنفس الطريقة من قبل كتاب مختلفين، لكنها جاءت مختلفة العدد، فبعضهم اعتبرها ثلاثة كما هو الحال مع كرامر Cramer، كما ان بعضاً آخر اعتبرها خمسة مثلما هو الحال مع كولموجوروف Kolmogorov . ومع ان برتراند رسل اجاز اشتقاق القضايا الرياضية من بديهيات خمس احصيت من قبل الاستاذ بينو Peano، لكنه مع هذا قام بعرض ما افاده الاستاذ برود من بديهيات ست جاء ذكرها في مقال له في مجلة (العقل). والبديهيات الست التي نقلها رسل والتي اعتمد عليها المفكر الصدر هي كما يلي<sup>[5]</sup>:

1 - إذا كانت لدينا واقعة نرسم إليها ب (ل) ونريد ان نعرف احتمالها (ح) بالقياس مع ظرف معين نرسم إليه ب (م)، فإن هناك قيمة واحدة فقط للعلاقة (لام) تعبر عن الاحتمال (ح).

2 - القيم الممكنة ل (لام) هي اعداد تبتدئ من الصفر وحتى الواحد الصحيح، أي أنها تتخذ الصورة الرمزية التالية:  $0 \leq \text{لام} \leq 1$

3 - في حالة كون (م) تستلزم (ل) فان: لام = 1 ، حيث يعبر الواحد للدلالة على اليقين.

4 - وفي حالة كون (م) تستلزم عدم (ل) فان: لام = 0 ، حيث يعبر الصفر للدلالة على النفي المؤكد أو الاستحالة.

5 - احتمال ظهور كل من (ل) و (ك) معاً يقدر بضربهما سوياً، ولنرمز إلى المعية ب (و)، وذلك كالآتي:

$$ح(ل و ك) = ل\م \times ك\م و ل$$

$$او: ح(ل و ك) = ك\م \times ل\م و ك$$

وتسمى هذه البديهية بالاتصال أو الإقتران Conjunctive .

6 - إحتمال ظهور (ل) أو (ك) يقدر بجمعهما سوية مع طرح إحتمال ظهورهما معاً كما يلي:

$$ح(ل، ك) = ل\م + ك\م - ح(ل و ك).$$

$$او: ح(ل، ك) = ل\م + ك\م - ل\م \times ك\م و ل$$

وتسمى هذه البديهية بالإنفصال Disjunctive .

فمثلاً على البديهتين الأخيرتين (الاتصال والإنفصال)، لو كان لدينا (26) بطاقة حمراء مع (26) بطاقة سوداء مختلطة، وسحبنا عشوائياً بطاقتين على التوالي، فما هو إحتمال أن تكون كل منهما حمراء كتطبيق لبديهية الاتصال؟

هذا يعني ان المطلوب هو (ل و ك\م)، وان إحتمال البطاقة الأولى حمراء (ل\م) هو  $26/52$  ( $1/2 =$ )، وان إحتمال الثانية حمراء على فرض كون الأول حمراء (ك\م و ل) هو  $25/51$ ، حيث إذا ظهرت لنا الأولى حمراء فإن العدد المتبقي لكل هو 51؛ منها (25) بطاقة حمراء. لذلك فإن إحتمال أن يكون كل منهما حمراء عبارة عن إحتمال أن تكون البطاقة الأولى حمراء مضروبة بإحتمال أن تكون الثانية حمراء على فرض كون الأولى حمراء، أي ان الناتج:

$$ل و ك\م \times 1/2 = 25/51 \times 25/102$$

أما بخصوص بديهية الإنفصال فسيكون المطلوب هو الحصول على بطاقة واحدة حمراء على الأقل من السحب السابق. أي انه عبارة عن إحتمال البطاقة الأولى حمراء مضافاً إليه إحتمال البطاقة الثانية حمراء مطروحاً منهما إحتمال كونهما حمراء معاً. ومن الناحية الرياضية ستكون النتيجة كما يلي:

$$ل، ك\م + 1/2 = 1/2 - 25/102 \times 25/102 = 77/102$$

\*\*\*

تلك كانت بديهيات الإحتمال، ويلاحظ ان الصيغة الثانية لتعريف الصدر هي ما تفي بالمطابقة معها، وذلك كما يلي:

البديهية الأولى: ان نسبة المراكز التي تحتلها (س) إلى مجموعة أطراف العلم الإجمالي لا بد أن تكون ذات قيمة واحدة. أي ان هناك قيمة واحدة لـ (لاح).

البديهية الثانية: ان تلك النسبة تبتدئ من الصفر إلى الواحد، لأن (س) قد لا تحتل أي مركز فتساوي صفراً، وقد تحتل المراكز جميعاً فتساوي واحداً، كما قد تحتل بعضها فتصبح كسراً يتراوح بين الصفر والواحد.

البديهية الثالثة: إذا استلزمت (س) جميع مراكز أطراف العلم الإجمالي فان: لاح = 1 =

البديهية الرابعة: إذا كانت (س) تستلزم عدم احتلال أي مركز من تلك المراكز فان: لاح = صفر.

البديهية الخامسة: ان احتمال وجود (ل) و(ك) معاً يساوي عدد ما يشغله كلاهما معاً من المراكز إلى مجموع أطراف العلم الإجمالي. وهو نفس ما تنطق به بديهية الاتصال من أن احتمال ظهور (ل) و(ك) معاً هو احتمال (ل) بالنسبة إلى (ح) مضروباً في احتمال (ك) بالنسبة إلى (ح) و(ل). مما يعني جواز إستنتاج هذه البديهية من التعريف.

فمثلاً إذا كان هناك توأم عبارة عن طفلين نريد التعرف على لون الشعر الذي يحمله كل منهما، فيما لو افترضنا وجود احتمالين متساويين فقط، أحدهما لصالح السواد، والآخر لصالح الصفار. ففي هذه الحالة يتكون لدينا علمان إجماليان يتوزعان على إمكانات اللون لكل من الطفلين.

فأطراف العلم الإجمالي الخاصة بالطفل الأول هي:

1 - ظهور صفة سواد الشعر.

2 - ظهور صفة صفار الشعر.

ونفس الحال مع أطراف العلم الإجمالي الخاصة بالطفل الثاني:

1 - ظهور صفة سواد الشعر.

2 - ظهور صفة صفار الشعر.

ولو أردنا أن نعرف قيمة احتمال ظهور صفة سواد الشعر لكل منهما؛ ففي هذه الحالة يتكون لدينا علم إجمالي آخر يشتق من العلمين الإجماليين السابقين، و أطرافه تتحدد كالاتي:

1 - ظهور صفة سواد الشعر للطفلين معاً.



2 - ظهور صفة صفار الشعر للطفلين معاً.

3 - ظهور صفة سواد الشعر للطفل الأول وصفاره للطفل الثاني.

4 - ظهور صفة صفار الشعر للطفل الأول وسواده للثاني.

هذه أربعة أطراف متساوية القيمة الاحتمالية، أي أن كلاً منها له قيمة تقدر بـ  $(1/4)$  وحيث أن قيمة احتمال ظهور صفة سواد الشعر للطفلين معاً تشغل مركزاً واحداً من بين المراكز الأربعة؛ لذا فإنها تساوي  $(1/4)$ ، وهي نفس القيمة التي تحددها بديهة الاتصال.

ولو أضفنا صفتين أخريتين هما الذكورة والانوثة، ولنفترض أن جميع الصفات الأربع السابقة متساوية الاحتمال، ففي هذه الحالة سيتولد لدينا علمان إجماليان، أحدهما يخص الطفل الأول، والآخر يخص الطفل الثاني، وذلك كالاتي:

1 - ظهور صفتي الذكورة وسواد الشعر (أ).

2 - ظهور صفتي الذكورة وصفار الشعر (ب).

3 - ظهور صفتي الانوثة وسواد الشعر (ج).

4 - ظهور صفتي الانوثة وصفار الشعر (د).

أما أطراف العلم الإجمالي الخاصة بالطفل الثاني فهي تتحدد أيضاً بمثل ما تحددت به أطراف العلم الأول، أي كالتالي:

1 - ظهور صفتي الذكورة وسواد الشعر (أ).

2 - ظهور صفتي الذكورة وصفار الشعر (ب).

3 - ظهور صفتي الانوثة وسواد الشعر (ج).

4 - ظهور صفتي الانوثة وصفار الشعر (د).

ومن هذين العلمين الإجماليين يمكن ايجاد علم إجمالي ثالث يحدد جميع الأطراف الممكنة كالاتي:

1 - اجتماع (أ) و(أ).

- 2 - اجتماع (أ) و(ب).
- 3 - اجتماع (أ) و(ج).
- 4 - اجتماع (أ) و(د).
- 5 - اجتماع (ب) و(أ).
- 6 - اجتماع (ب) و(ب).
- 7 - اجتماع (ب) و(ج).
- 8 - اجتماع (ب) و(د).
- 9 - اجتماع (ج) و(أ).
- 10 - اجتماع (ج) و(ب).
- 11 - اجتماع (ج) و(ج).
- 12 - اجتماع (ج) و(د).
- 13 - اجتماع (د) و(أ).
- 14 - اجتماع (د) و(ب).
- 15 - اجتماع (د) و(ج).
- 16 - اجتماع (د) و(د).

فاذا كنا نريد أن نعرف قيمة إحتمال أن يكون الطفلان ذكرين ولكل منهما صفة سواد الشعر؛ فسنجد ان هناك مركزاً واحداً فقط من بين جميع مراكز العلم الإجمالي الذي يضم ستة عشر طرفاً معلوماً. وعليه فإن قيمة ذلك الإحتمال الذي يمثل اجتماع (أ) و(أ) هو.  $(1\backslash16)$

وهذه القيمة هي نفس ما تحددها بديهية الاتصال، إذ هي تقرر أن هذا الإحتمال يساوي:

$$1\backslash4 \times 1\backslash4 = 1\backslash16$$

البديهية السادسة: تعني بديهية الانفصال أن احتمال ظهور (ل) أو (ك) بالنسبة إلى (ح) هو احتمال (ل) بالنسبة إلى (ح) يضاف إليه احتمال (ك) بالنسبة إلى (ح) مطروحاً منه احتمال (ل) و(ك) معاً.

فعلى نفس المثال السابق إذا أردنا أن نعرف قيمة احتمال وقوع (أ) أو (أ) - أي واحد منهما على الأقل - فلا بد أن نجمع مراكزهما من المجموع الكلي، وسنجد أنهما يحتلان سبعة مراكز فقط، هي الأطراف الخمسة الأولى والطرف التاسع والثالث عشر، فتصبح القيمة مساوية لـ (7\16) وهذه النتيجة مماثلة لما تقدره بديهية الانفصال كالآتي:

$$ح (أ، أ) = 1\4 + (1\4 \times 1\4 - 1\4) = 1\2 - 1\4 = 7\16$$

وبهذا يتضح ان التعريف بالصيغة الثانية يمكنه أن يفسر لنا البديهيات السابقة.

أما التعريف بالصيغة الأولى فيواجه على ما عرفنا نقصين: أحدهما أنه لا يمكنه تفسير القضايا المثبتة والمنفية؛ بإعتباره يعبر عن تصديق ناقص دائماً، وهو في هذه الحالة لا يحتاج إلى البديهتين الثالثة والرابعة.

أما النقص الآخر فهو انه لا يفسر بديهتي الاتصال والانفصال، وذلك لأن القيم التي تظهر منهما قد تتضمن بسطاً لا يحمل العدد <<1>>

وبهذا تكون الصيغة الثانية مفضلة على الأولى لسببين:

الأول: كونها أكثر شمولاً بالتطبيق على القضايا الاحتمالية.

الثاني: باستطاعتها تفسير ما لا تفسره الصيغة الأولى.

## نظرية العلم الإجمالي وحسابات الاحتمال

من الواضح ان التعريف الذي يفسر بديهتي الاتصال والانفصال يمكنه ان يفسر كل ما يستنتج منهما من متباينات حسابية. واذا نظرنا إلى صيغتي تعريف نظرية العلم الإجمالي، فسنجد ان الصيغة الثانية تنفرد بقدرتها على التفسير، لكونها استطاعت ان تغطي تفسير ما تتضمنه البديهتين السابقتين. ويمكن تطبيق ذلك على بعض المتباينات، مثل علاقة بايس، من خلال استعراض بعض الأمثلة كالتالي وظفها المفكر الصدر للتوضيح:

فاذا كانت لدينا ثلاث حقائب (أ، ب، ج)، كل منها تحتوي على خمس كرات؛ بعضها بيضاء اللون وبعضها الآخر سوداء. ولنفترض أن في الحقيبة (أ) ثلاث كرات بيض، وفي الحقيبة (ب) أربع كرات بيض، وأنه لا يوجد في الحقيبة (ج) أي كرة سوداء، أي جميع ما فيها كرات بيض. ففي هذه الحالة لو اننا اخترنا عشوائياً إحدى تلك الحقائب واستخرجنا منها ثلاث كرات فصادف انها بيض كلها، فسوف يمكن أن نحدد قيمة احتمال أن تحظى كل حقيبة بأن تكون هي التي اخترناها للسحب، وذلك عن طريق علاقة بايس. فمثلاً إذا اردنا ان نعين قيمة احتمال أن تكون الحقيبة (ج) هي التي اخترناها للسحب فعلينا ان نتبع الطريقة التالية:

إذا كانت (ح) تعبر عن الاحتمال، ورمزنا إلى سحب تلك الكرات من الحقيبة (أ) بـ (س) على تقدير هذه الحقيبة، وإلى سحب الكرات من (ب) بـ (ص) على تقدير (ب)، وإلى سحب الكرات من (ج) بـ (ع) على تقدير (ج)، فإن بإمكان علاقة بايس تحديد القيمة كالتالي:

$$\text{ح(ج)} = \frac{\text{ح(ج} \times \text{ع)} + \text{ح(أ} \times \text{س)} + \text{ح(ب} \times \text{ص)}}{1}$$

ومن المعلوم ان سحب الكرات من الحقيبة (أ) له حالة واحدة، حيث توجد فيها ثلاث كرات بيض فقط، وعليه ان السحب يستوعبها جميعاً. أما السحب من الحقيبة (ب) فله أربع حالات، إذ لما كانت تضم أربع كرات بيض، فسحب ثلاث منها إما ان ينال الأولى والثانية والثالثة، أو الأولى والثانية والرابعة، أو الأولى والثالثة والرابعة، أو الثانية والرابعة والخامسة. والسحب من الحقيبة (ج) له عشر حالات، لأنها تضم خمس كرات بيض، فهو إما أن ينال الأولى والثانية والثالثة، أو الأولى والثانية والرابعة، أو الأولى والثالثة والخامسة، أو الأولى والثانية والرابعة والخامسة، أو الثانية والرابعة والخامسة، أو الثانية والرابعة والخامسة، أو الثالثة والرابعة والخامسة، أو الثالثة والرابعة والخامسة<sup>[6]</sup>.

وبهذا يمكن أن نحدد قيمة احتمال أن تكون (ج) هي التي اخترناها من بين الحقائب كما يلي:

$$10 \times 10 \times 3 = 30$$

$$\text{ح(ج)} = \frac{10 \times 10 \times 3}{30}$$

$$1\backslash3 \times 10\backslash10 + 1\backslash3 \times 1\backslash10 + 1\backslash3 \times 4\backslash10$$

$$2\backslash3 = 10\backslash15 = \text{ح(ج)}$$

وقد فسر المفكر الصدر هذا المثال بالطريقة التالية:

ان عدد حالات السحب للحقائب الثلاث هي (15) حالة، حيث هناك حالة واحدة للسحب بالنسبة للحقيبة (أ)، وأربع حالات بالنسبة للحقيبة (ب)، وعشر حالات بالنسبة للحقيبة (ج). ولما كنا نعلم إجمالاً بأن حالة واحدة فقط من تلك الحالات هي التي تمثل معلوم العلم الإجمالي، فهذا يعني ان هناك خمسة عشر طرفاً محتملاً، وان (أ) تحتل مركزاً واحداً من هذه الأطراف، بينما تحتل (ب) أربعة مراكز، وتحتل (ج) عشرة مراكز، لذا فإن قيمة إحتمال أن تكون (أ) هي التي سحبنا منها الكرات الثلاث البيض هي  $1\backslash15$ ، وقيمة إحتمال (ب) هي  $4\backslash15$ ، وقيمة إحتمال (ج) هي  $10\backslash15$  أو  $2\backslash3$ .

وهذه النتيجة تطابق أيضاً ما حدده لابلاس في تعيين أكبر الإحتمالات الممكنة من خلال علاقته القائلة:  $(م+1) \cdot ن+1$ .

$$\text{اي ان إحتمال (ج) } = 4\backslash6 = 2\backslash3 .$$

وقد إعتبر المفكر الصدر ان القيمة الإحتمالية لسحب كرة أخرى بيضاء هي كما تحددها علاقة لابلاس القائلة:  $(م+1) \cdot ن+2$ ، حيث بالتعويض ان القيمة تساوي  $4\backslash5$  واكتفى في تفسير ذلك بقوله: «لما كانت الحقيبة تحتوي بعد سحب ثلاث كرات منها على كرتين، وكان من المحتمل ان نسحب ايّاً منهما فهناك إحتمالان، إذا ضربناهما في الحالات الخمس عشرة المتقدمة تكون لدينا علم إجمالي تشتمل مجموعة أطرافه على ثلاثين عضواً، وكون الكرة التالية بيضاء يحتل 24 مركزاً في تلك المجموعة، وهذا يعني ان إحتمال ذلك يساوي  $24\backslash30 = 4\backslash5$ »<sup>[7]</sup>.

## البديهيات المضافة للتعريف

فيما مضى مرت علينا إحدى البديهيات التي أضافها المفكر الصدر لتعريفه، وقد خصها للصيغة الأولى منه فقط، وهي تقر بانقسام العلم الإجمالي بالتساوي على كافة مجموعة الأطراف. أما البديهية الثانية فتتعلق بتحديد أطراف العلم الإجمالي كي لا يتسرب ضمنها عضو غريب من الخارج. ولتوضيح ذلك نفترض أن عالماً للآثار عشر على ثلاث حفريات، واحدة منها نباتية، وأخرى حيوانية فقريّة، والثالثة حيوانية لا فقريّة، فإذا علمنا إجمالاً أن واحدة من هذه الحفريات

كانت غريبة الطور، فما هو احتمال أن تكون هذه الحفرية هي النباتية منها؟

طبيعي أن احتمالها - فيما لو لم تكن لدينا أي معلومات أخرى مسبقة - يساوي (1\3) إلا أن من الممكن أن نغير هذه القيمة وذلك بعد تغيير مجموعة الأطراف الممكنة. فمثلاً إذا اعتبرنا هذه الأطراف تتمثل في طرفين فقط، هما حفرية النبات وحفرية الحيوان - سواء كان فقرياً أو غير فقري - فإن القيمة الاحتمالية للحفرية الأولى ستكون (1\2) بعد أن كانت (1\3).

والملاحظ أن سبب الخطأ في النتيجة الأخيرة يعود إلى أننا لم نقسم الحفرية بما أمكن لها من التقسيم الأصلي. فكل تقسيم أصلي ممكن لا بد من اجرائه في أي طرف كان، حتى لو لم يواز تقسيم آخر لبقية الأطراف الأخرى في العلم الإجمالي، إلا في حالة وجود تقسيمات متناظرة لكافة الأطراف، حيث يمكن إهمال التقسيم لكل منها. أما إذا لم يكن التقسيم أصلياً فلا يجوز أن نضم أعضائه المنقسمة إلى مجموعة أطراف العلم الإجمالي.

فمثلاً يمكن أن نقسم الحفرية الفقرية من حيث انتسابها النوعي، إذ قد ترجع إلى الكلب أو الحصان أو القرد... الخ. وهذا التقسيم الفرعي لا يزيد من عضوية تلك الحفرية في مجموعة الأطراف الثلاثة، إذ لا تأثير له على جنس الحفرية التي نريد تحديد احتمالها؛ فيما لو لم تكن لدينا أي معلومات مسبقة سوى ما حددناه آنفاً.

وعليه تتقرر البديهة الثانية على الشكل التالي: لا بد أن تكون أطراف العلم الإجمالي عبارة عن أقسام أصلية لا فرعية، ولا يجوز إهمال أي تقسيم أصلي ما لم يناظره إهمال لبقية الأطراف جميعاً<sup>[8]</sup>. وهذه البديهة تشابه المصادرة التي وضعها كينز ليتجنب التناقضات التي لحقت بمبدأ عدم التمييز كالذي واجهته نظرية لابلاس التقليدية.

## التعريف وبديهة الحكومة

هناك بديهة ثالثة أضافها المفكر الصدر إلى تعريفه وأطلق عليها (الحكومة). حيث أنها تحدد لنا بعض الحالات التي لا يصح فيها الضرب بين العلوم الإجمالية. إذ تفترض أن يكون هناك تعارض بين بعض القيم الاحتمالية لأحد تلك العلوم مع بعض قيم أي علم آخر. لكن لما كان الضرب يصح حتى في حالات تعارض بعض القيم الاحتمالية بين علم وآخر؛ لذا لا بد من تحديد مجال الوظيفة التي يصح أن تعمل في نطاقه تلك البديهة. ولأجل التمييز بين الضرب والحكومة فقد قام الصدر بالتمثيل على كل منهما كالآتي:

في حالة الضرب إذا كان لدينا علمان إجماليان، وكان لكل منهما بعض القيم الاحتمالية التي تتنافى مع الآخر، فإنه بعملية الضرب سيتكون لدينا علم إجمالي ثالث يحتوي على أطراف؛ بعضها يملك قيمة احتمالية تختلف عما كانت في حالة العلمين الإجماليين المنفصلين. فإذا فرضنا أننا رمينا قطعتين للنقد والزهر فسيكون لدينا علمان إجماليان كل منهما يحدد قيمة

إحتمال ظهور أي عضو من أعضائه العائدة اليه. لكن لنفترض أن وقوع وجه الصورة من قطعة النقد لا يمكنه أن يظهر إلا مقترناً مع الآس «1» من الزهر، ففي هذه الحالة ستتغير قيمة إحتمال كل منهما عن قيمتهما الاصليتين، وهما النصف لوجه الصورة، والسدس للآس «1» إذ ستكون أطراف العلم الإجمالي الثالث كالتالي:

1 - ظهور وجه الكتابة مع الاس «1»

2 - ظهور وجه الكتابة مع الاس «2»

3 - ظهور وجه الكتابة مع الاس «3»

4 - ظهور وجه الكتابة مع الاس «4»

5 - ظهور وجه الكتابة مع الاس «5»

6 - ظهور وجه الكتابة مع الاس «6»

7 - ظهور وجه الصورة مع الاس «1»

8 - ظهور وجه الصورة مع الاس «2»

9 - ظهور وجه الصورة مع الاس «3»

1 0 - ظهور وجه الصورة مع الاس «4»

1 1 - ظهور وجه الصورة مع الاس «5»

1 2 - ظهور وجه الصورة مع الاس «6»

لكن حسب الفرض السابق القائل بأن الصورة لا تظهر إلا مقترنة مع الاس «1»؛ فإن إقترانهما مع الاسات: «2» و«3» و«4» و«5» و«6» غير ممكن لذلك الإعتبار، ومن ثم تصبح مجموعة الأطراف الكلية عبارة عن سبعة. وتكون قيمة إحتمال وجه الصورة 1\7))، مما يعني انها قد انخفضت عن قيمتها الاصلية وهي النصف. كذلك ستصبح قيمة إحتمال ظهور الاس «1» مساوية لـ 2\7))، أي انها ارتفعت عما كانت عليه في العلم الإجمالي السابق؛ حيث كانت تُقدر بـ 1\6)) وكذا الحال مع بقية الأطراف الأخرى، حيث كل منها لا بد أن يتغير عما كان عليه بسبب عملية التنافي في بعض القيم الإحتمالية بين العلمين الإجماليين<sup>[9]</sup>.

بيد انه في حالات معينة يتوفر فيها وجود تعارض بين بعض القيم الاحتمالية لاطراف علم إجمالي وبين قيم أطراف علم آخر؛ إلا انها مع ذلك لا تخضع لتطبيق عملية الضرب، حيث ان أحد العلمين له خاصية التحكم بالعلم الآخر، الأمر الذي تثبت به القيم الاحتمالية لاطراف العلم الآخر من دون زيادة ولا نقصان، وهو المعني بقاعدة الحكومة.

فمثلاً إذا كان لدينا كروموسومان (ن) و(م)، ونعلم ان الكروموسوم (ن) يضم عشرة جينات مختلفة، وقد تعرض لطفرة فقد على اثرها أحد هذه الجينات، ولنفترض اننا لم نستطع تحديد وترجيح هوية هذا الجين المفقود، مما يعني ان الجينات (أ) و(ب) و(ج) الخ؛ كلها متساوية الاحتمال، حيث ان أي واحد منها يحتمل له ان يكون هو المفقود بقيمة قدرها  $(1/10)$  إلا ان هذه الصورة سوف تتغير فيما لو شككنا في عدد تلك الجينات؛ فهل هي عشرة كما كنا نعتقد سابقاً، أو انها تزيد على ذلك بجين واحد - نرسم إليه (هـ) - ترددنا بوجوده في (ن) أو (م) بقيمة احتمالية متساوية، أي ان قيمة احتمال وجوده في أي واحد منهما هي  $(1/2)$  وبطبيعة الحال لو كنا نعلم يقيناً بوجود (هـ) في (ن) لكان احتمال أن يكون هو الجين المفقود يساوي  $(1/11)$ . أما ونحن نشك بوجوده في (ن) فلا بد ان يتكون لدينا علم إجمالي جديد، فيصبح هناك علمان إجماليان، أولهما يتعلق بفقدان أحد الجينات من الكروموسوم (ن)، والآخر يتعلق بوجود (هـ) في (ن) أو (م). وواضح أن هناك تعارضاً بين قيمة احتمال وجود (هـ) في (م) وبين قيمة احتمال أن يكون (هـ) هو المفقود في الكروموسوم (ن).

وإذا ما علمنا باحتمال كبير أن يكون الجين (هـ) في (م)؛ فإن ذلك سيؤدي إلى خفض احتمال وجوده في (ن)، وبالتالي يتضاءل - كثيراً - احتمال كونه هو المفقود.

لكن هل من الجائز أن نعكس هذه الصورة فنعتبر انخفاض القيمة الاحتمالية لفقدان الجين (هـ) من (ن) هو السبب في رفع القيمة الاحتمالية لوجود (هـ) في (م)؟

على رأي المفكر الصدر أن هذه الصورة غير جائزة، والسبب في ذلك هو أن القيمة الاحتمالية لفقدان (هـ) من (ن) تعتمد بالأساس على القيمة الاحتمالية لوجوده في (م). وهذا يعني أن القيمة الأخيرة هي التي تتحكم في القيمة الأولى. وحيث أن التحكم والتأثير من جهة واحدة فلا موضع للضرب بين العلمين الإجماليين السابقين.

هكذا فإن المقصود من بديهية الحكومة هو أنها تعني وجود قيمتين احتماليتين راجعتين إلى علمين إجماليين، وقد تأثرت إحداها بالأخرى دون العكس، مما يمنع استخدام الضرب في العلمين المحددين لهما.

وعليه يصبح تعريف بديهية الحكومة كالتالي: «إذا وجدت قيمتان احتماليتان مستمدتان من علمين إجماليين إحداها مثبتة لقضية ما والأخرى نافية لها، وكانت إحدى القيمتين الاحتماليتين في إثباتها أو نفيها للقضية تنفي طرفية تلك القضية للعلم الإجمالي الآخر دون



العكس؛ فهي حاكمة على الأخرى، ولا تصلح الأخرى للتعارض معها، وبالتالي لا مبرر لضرب أحد العلمين بالأخر وتكوين علم إجمالي ثالث<sup>[10]</sup>.

والميزة الأساسية في هذه البديهة هي أنها تمنع من حدوث الضرب بين العلمين الإجماليين، أو بين قيم أحد العلمين مع قيم العلم الآخر. لكن قبل مناقشة هذه المسألة لا بد من ذكر الحالات التي تصدق عليها، فعلى رأي المفكر الصدر أن هناك حالتين يمكن أن تكونا مصداقاً لها، وهما كالآتي:

**الأولى:** هي فيما لو كان لدينا علم إجمالي أول، كالعلم الإجمالي لفقدان جين ما، وكان هذا العلم يتصف بصفة معينة كصفة وجود جينات في (ن)، وكانت هذه الصفة تصدق على طرف مع الشك في الطرف الآخر - أي أنها لازمة أعم للطرف الأول - ، كإنا نعلم أنها تصدق على عشرة جينات محددة ونشك في صدقها على الجين (هـ). ففي هذه الحالة إن أي عامل يضعف أو يقوي من قيمة احتمال اتصاف الطرف الآخر - الجين (هـ) - بتلك الصفة - وهي صفة الوجود في (ن) - فإنها تعتبر حاكمة على القيمة الاحتمالية التي تؤيد طرفيته في العلم الإجمالي الأول.

**الثانية:** فيما لو كان لدينا علم إجمالي أول لقضية ما يتصف بصفة نحتمل صدقها على أحد طرفين دون ترجيح؛ فإن أي عامل يضعف أو يقوي أحد هذين الطرفين فإنه يعتبر حاكماً له على طرفيته بالنسبة للعلم الإجمالي الأول.

فمثلاً لو أن الكروموسوم (ن) يحمل جيناً واحداً قد فُقد بالطفرة الوراثية، وكنا نتردد إن يكون هذا الجين هو (أ) أو (هـ) من دون ترجيح؛ ففي هذه الحالة إن أي عامل يضعف أو يقوي من قيمة احتمال أن يكون الجين (هـ) هو الموجود في (ن) فإنه يعتبر حاكماً على القيمة الاحتمالية لفقدانه بالطفرة، أي أنه حاكم على طرفيته بالنسبة للعلم الإجمالي الأول<sup>[11]</sup>.

والملاحظ في الحالتين السابقتين أنهما يختلفان شكلياً من حيث علاقة القيمة الاحتمالية الحاكمة بالقيمة الاحتمالية المحكومة. ففي الحالة الثانية تكسب القيمة الاحتمالية المحكومة نفس القدر الذي عليه القيمة الحاكمة، بينما في الحالة الأولى ليس الأمر كذلك. لكن في كلا الحالتين نعتقد أن عملية الضرب يمكن تطبيقها على استخراج القيمة الاحتمالية، وهي العملية الخاصة بالقضايا المشروطة. فمثلاً في الحالة الأولى يمكن استخراج قيمة احتمال أن يكون الجين (هـ) هو المفقود وذلك من خلال ضرب احتمال كونه في (ن) مع احتمال كونه هو المفقود على افتراض أنه فيها. فإذا كانت قيمة احتمال كونه في (ن) تساوي (1\2) فإن قيمة احتمال أن يكون هو المفقود تساوي:

$$1\2 \times 1\11 = 1\22 = 11\242$$

أما قيمة احتمال أي جين من الجينات العشرة الباقية فهي (23,1\242) وتعتبر كل القيم مجموعة متكاملة مساوية للواحد كما هو المفروض.

كذلك يمكن تفسير الحالة الثانية على أساس الضرب. ففي مثالنا السابق لو كانت قيمة احتمال وجود (هـ) في (ن) هي  $3\frac{1}{4}$ ، ففي ضربها بقيمة احتمال كونه هو المفقود على افتراض وجوده في (ن)؛ سيكون الناتج نفس القيمة، أي كالتالي:

$$3\frac{1}{4} \times 1 = 3\frac{1}{4}$$

بهذا يثبت لنا أن الحكومة لا تعارض عملية الضرب، ومن ثم فلا حاجة لافتراضها كمصادرة قبلية للاحتمال. وتأكيداً لهذا الأمر اعترف المفكر الصدر بأن قضايا السببية التي تخضع إلى الحكومة يمكن تفسيرها أيضاً على أساس عملية الضرب، وإن لم يبين هذه الصورة<sup>[12]</sup>. ولايضاحها يمكن المقارنة بين كلا العمليتين كالآتي:

فيما يخص خضوع السببية إلى الحكومة أوضح المفكر الصدر انه إذا كانت لدينا فئتان إحداهما عبارة عن أطراف لعلم إجمالي خاص بأسباب تستلزم أطراف فئة أخرى؛ فإن القيم الاحتمالية لفئة الاسباب تعتبر حاکمة على القيم الاحتمالية لفئة المسببات.

فمثلاً إذا كانت لدينا قطعتان من الزهر والنقد، وفرضنا أن الآسات الأربعة الأولى من الزهر لا يظهر أحدها إلا حين وقوع وجه الصورة للنقد - عند رميهما معاً -، كذلك لا يظهر أحد الآسين المتبقين للزهر إلا مع ظهور وجه الكتابة.. ففي هذه الحالة، رغم أن وجه الصورة يلزم عنه أربع حالات ممكنة لظهور الآسات الأربعة؛ فإن قيمته الاحتمالية لا تتغير، بينما تتغير القيم الاحتمالية للآسات لكونها محكومة بالنسبة إلى قيمتي وجهي النقد الحاكمتين. وعليه ان القيم الاحتمالية للآسات اللازمة لوجه الكتابة هي أكبر من قيم احتمالات الآسات الأخرى التي تلزم عن وجه الصورة.

ولا شك انه يمكن استخراج القيم الاحتمالية عن طريق عملية الضرب، كما يلي:

لنفترض اننا نريد ان نعرف قيمة احتمال ظهور الاس <<1>> اللازم عن وجه الصورة، ففي هذه الحالة نستخرج قيمة احتمالاه من بين الأربعة آسات الممكنة والمتساوية الاحتمال على افتراض وقوع حادثة الصورة. أي كالتالي:

$$1\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{2} = 1\frac{1}{8}$$

وهذه القيمة تصدق على كل آس من الآسات الأربعة اللازمة عن وقوع حادثة الصورة.

كما أنه يمكن استخراج أي قيمة إحصائية للآسين «5» و«6» اللّازمين عن ظهور وجه الكتابة، وذلك كما يلي:

$$1\sqrt{2} \times 1\sqrt{2} = 1\sqrt{4}$$

ولو جمعنا كافة الإحتمالات الممكنة للآسات لكانت تساوي واحداً كما هو المفروض في مجموعة الإحتمالات المتنافية:

$$1\sqrt{8} \times 4 + 1\sqrt{4} \times 2 = 1$$

وبهذا فإن الحكومة في الاسباب والمسببات هي الأخرى لا تستغني عن عملية الضرب.

مهما يكن فإنه بخصوص هذه الحالة من الحكومة وضع المفكر الصدر بديهة أخرى تتعلق بالتمييز بين التقييد المصطنع والتقييد الحقيقي للعلم الإجمالي. فالعلم الإجمالي لفئة المسببات له معلوم كلي مقيد تقييداً حقيقياً، وذلك لأن أطراف هذه الفئة متقيدة بأطراف فئة الاسباب. فمثلاً ان الآس «1» مقيد بظهور وجه الصورة حسب مثالنا السابق، والآس «6» مقيد بظهور وجه الكتابة. أما العلم الإجمالي لفئة الاسباب فله معلوم كلي مقيد تقييداً مصطنعاً، فهو وإن كان مقيداً بأحد الأطراف الممكنة، إلا انه ليس بلازم عن أي طرف منها على وجه التحديد.

وبهذا يصل المفكر الصدر إلى صياغة البديهة الرابعة كالتالي: «ان التقييد المصطنع للكلي المعلوم بالعلم الإجمالي في قوة عدم التقييد، والتقييد المصطنع يتمثل في كل قيد لا يحدد من انطباق الشيء المقيد، لأن جميع إحصائيات انطباق الشيء تستلزم أو تستبطن توفر القيد»<sup>[13]</sup>.

## التعريف والعلم الإجمالي الشرطي

قسّم المفكر الصدر العلم الإجمالي إلى نوعين، أحدهما حملي كقولنا: إن أحد هذين الإنائين متنجس؛ على إفتراض جهلنا بتحديد المتنجس منهما، والآخر شرطي كقولنا: إذا علمنا بأن الحامض النووي هو RNA ، فلا بد أن يكون إما mRNA أو tRNA أو rRNA .

وفي المثال الأخير الخاص بالعلم الإجمالي الشرطي نلاحظ وجود ثلاثة أطراف شرطية محتملة كالتالي:

1 - ان الحامض النووي إذا كان RNA فهو mRNA.

2 - ان الحامض النووي إذا كان RNA فهو tRNA .

3 - ان الحامض النووي إذا كان RNA فهو rRNA.

وتعبّر هذه الأطراف عن وجود شرط واحد مشترك مع ثلاثة جزاءات، يتحتم أن يكون واحد منها صحيحاً.

ولكن حين نتردد في وجود الشرط بين أن يكون عبارة عن الحامض النووي RNA أو DNA ؛ فإن الجزاءات الثلاثة السابقة ستفقد صفة القطع واليقين الخاص بالمجمل الذي يمثل المعلوم الكلي للعلم الإجمالي السابق، إذ يمكن أن تكون جميع الجزاءات غير صادقة في الواقع.

وإذا عرفنا يقيناً أن الحامض النووي ليس mRNA ولا tRNA فإن هذا العلم سيصبح مصدر قوة لإحتمال كبير في نفي أن يكون الحامض هو RNA، وبذلك تكبر قيمة إحتمال وجود الحامض DNA، فهي ستكسب الجامع من قيمتي الحامضين المنفيين mRNA و tRNA .

وقد ميّز المفكر الصدر بين هذا العلم الشرطي الذي يتصف بوجود جزاء معين في الواقع لا نعلمه إلا إجمالاً، وبين علم شرطي آخر يتصف بأن جزاءه غير محدد في الواقع. فمثلاً لو كنا نعلم حقيقة وجود ثلاث كرات بيض في حقيبة، ثم طرحنا على أنفسنا هذا السؤال: إذا كان في هذه الحقيبة كرة سوداء فأَيُّ من تلك الكرات يحتمل لها ان تكون؟ فهذا العلم لا يحدد لنا جزاءاً محدداً للواقع؛ لأننا نعلم مسبقاً بأنه لا توجد كرة سوداء، ومن ثم ليس باستطاعته ان ينمي أي درجة إحصائية، بخلاف العلم السابق الذي له جزاء محدد في الواقع.

لكن يلاحظ ان المفكر الصدر طبق هذا العلم الأخير على نوع من الأمثلة الهامة في نظرية الاحتمال فخرج بنتيجة غير متوقعة، إذ ذكر يقول: «إذا كانت حقيبة (ن) تحتوي على عشر كرات مجهولة اللون مرقمة من (1) إلى (10) قد جمعت دون ان يكون للونها أي اعتبار في جمعها في تلك الحقيبة، وسحبنا منها تسع كرات من (1) إلى (9)، ورأيناها بيضاء، فقد تطبق نظرية الاحتمال بطريقة تؤدي إلى اعطاء إحتمال أن تكون الكرة العاشرة بيضاء قيمة إحصائية كبيرة على أساس علم إجمالي شرطي، وهو العلم الإجمالي بأن الحقيبة لو كان فيها كرة غير بيضاء لكانت إما الكرة (1) وإما الكرة (2) وإما الكرة (3) وإما.. وإما الكرة (10) وهذا العلم الإجمالي الشرطي يحتوي على عشر قضايا شرطية محتملة، وكلها تشترك في شرط واحد وهو افتراض ان يكون في الحقيبة كرة واحدة غير بيضاء، وتختلف في الجزاء: فالحقضية الشرطية المحتملة الأولى تعين الكرة السوداء المفترضة في الكرة (1)، والقضية الثانية تعينها في الكرة (2)، وهكذا.. ونحن نعلم بأن الجزاء في القضايا الشرطية المحتملة التسع التي ترتبط بالكرة (1) إلى الكرة (9) غير ثابت في الواقع، لأننا رأينا ان الكرات التسع كلها بيضاء، وهذا يعني: ان القيمة الإحصائية لتلك القضايا الشرطية التسع تبرهن على نفي الشرط بدرجة إحتمال الجامع بين تلك القضايا التسع، لأن الطريق الوحيد للحفاظ على صدق القضية الشرطية التي نعلم ان جزاءها غير ثابت، هو افتراض ان شرطها غير ثابت. وبهذا يصبح إحتمال أن تكون الكرة العاشرة بيضاء كبيراً نتيجة تجمع القيم الإحصائية للقضايا الشرطية التسع المحتملة. ان هذا التطبيق يعتبر خطأ، لأنه يحدد قيمة إحتمال بياض الكرة (10) على أساس القيم المستمدة من العلم الإجمالي

الشرطي بأنه لو كان في الحقيقة كرة غير بيضاء فهي إما الكرة (1))، وإما الكرة (2))، الخ. وهذا العلم الإجمالي الشرطي يدخل في القسم الثاني، لأن الجزاء فيه غير محدد، فهو لا ينبئ عن واقع وإنما يعبر فقط عن عدم إمكان التناقض في الافتراضات، فلا يصلح أساساً لتحديد القيمة الاحتمالية<sup>[14]</sup>.

والواقع انه لو صدقت النتيجة التي ادلى بها المفكر الصدر لكان يعني انه لا يمكننا مثلاً أن نتنبأ باحتمال قوي لحدوث النهار في اليوم التالي نتيجة ما كسبناه من مشاهدات سابقة كثيرة، كما لا يمكننا التنبؤ بقيمة عالية أن تكون الكرة المسحوبة الأخيرة بيضاء اللون حين نسحب عشوائياً مليون كرة يظهر جميعها بنفس ذلك اللون. وهو خلاف الوجدان والواقع.

أما سبب الخطأ فهو الظن بأن المثال السابق لا يملك جزاءً محدداً بالنسبة للعلم الإجمالي الشرطي، مع ان الحقيقة هي انه عند سحب الكرات التسع ما زال ينتابنا التردد الواقعي في حقيقة لون الكرة الأخيرة التي يحتمل ان تكون بيضاء، بينما العلم الإجمالي الذي يفتقر إلى الجزاء الواقعي لا يملك احتمالاً أو تردداً حقيقياً، وإنما هو يعبر عن افتراض كاذب لا ربط له بالواقع إطلاقاً. لهذا فالمثال السابق لا يمكن فصله عن العلم الشرطي ذي الجزاء المحدد، وهو يشابه المثال المذكور حول هذا العلم، ويختلف كلياً عن المثال المذكور حول العلم الشرطي ذي الجزاء غير المحدد في الواقع<sup>[15]</sup>.

وأهمية هذا المثال ترتبط بمسألة تنمية احتمال القضايا المستقلة عن افتراض العلم بالسببية، ولو نجحت المحاولة السابقة لكانت تنمية احتمال هذه القضايا مستحيلة. ففي بعض المناسبات حاول المفكر الصدر ان يثبت هذا المدعى بمثل ما ذكره في المثال السابق<sup>[16]</sup>. وكرر هذه النتيجة حين اراد تحديد بعض القيم الاحتمالية الخاصة بمثال حقيقة لا بلاس الذي افترض وجود حقيقة ذات خمس كرات، ونملك حولها ثلاثة احتمالات متساوية، فهي إما ان تحتوي على أربع كرات بيض، أو ثلاث كرات بيض، أو جميعها بيض، وقد صادف ان سحبنا عشوائياً ثلاث منها فظهرت كلها بيضاء. ولعل من الطبيعي في هذه الحالة ان نتوقع ان تكون الحقيقة ذات خمس كرات بيض، ولو سحبنا كرة رابعة لكانا نتوقع أيضاً ان تكون بيضاء. لكن ما رآه المفكر الصدر هو ان سحب الكرات البيض من تلك الحقيقة لا يؤثر على قيمة احتمال سحب كرة بيضاء رابعة<sup>[17]</sup>. وهذا يعني انه لو كانت لدينا حقيقة تحوي ألف كرة وكنا نتردد باحتمالين متساويين فيما إذا كانت الكرات كلها بيضاء أو ان واحدة منها - فقط - سوداء، فعلى ذلك الرأي يفترض انه لو سحبنا - عشوائياً - كل الكرات عدا واحدة، وتبين انها بيض جميعاً، فسوف لا يؤثر ذلك على احتمال لون الأخيرة المقدر بـ  $(\frac{1}{2})$ ، وهو خلاف الوجدان والواقع.

ولا شك ان هذه الطريقة من التفكير تبرر للصدر لماذا إعتبر السببية بمفهومها التجريبي - لا العقلي - تعجز عن أن تنمي درجات الاحتمال للقضية الإستقرائية فضلاً عن إثباتها. فالعلاقة التي تنطوي عليها هذه السببية هي الصدفة بين السبب والمسبب شبيهاً بعلاقات سحب الكرات

في مثالنا السابق.

على أن الطريقة التي أعتمدت في تحديد النتيجة السابقة لإحتمالات الكرات هي طريقة شائعة لدى عدد من المفكرين الغربيين الذين لم يعولوا على مبدأ التعلم من التجارب السابقة في الحسابات الاحتمالية المستقلة، وقد ذهب إليها فلاسفة مشهورون من امثال بيرس (سنة 1883) وفتجنشتاين wittgenstein (سنة 1921)، بل وحتى كينز في أحد فصول كتابه (رسالة في الإحتمال)، رغم أنه في الفصول الأخرى أكد ببلاغة تامة ضرورة التعلم من التجربة والخبرة، وقد طرحت هذه الطريقة لأجل حل مشكلة الإستقراء والتنبؤ، وأطلق عليها كارناب الطريقة الفردية في قبال تلك التي تعتمد على مبدأ التعلم من التجارب السابقة والتي اوسمها الطريقة الاحصائية<sup>[18]</sup>. وذهب أحد الباحثين إلى ان هناك اختلافاً حول نتائج هذه الحسابات الاحتمالية بين صاحب النظر الموضوعي للإحتمال وصاحب النظر الذاتي له. فمثلاً لو كان لدينا جرة فيها كرات غير معلومة اللون، فإن سحب واحدة منها عشوائياً ومن ثم ارجاعها سيجعل من إحتمال سحب الأخرى موضع اختلاف في تحديد القيمة الاحتمالية لها. فصاحب النظر الموضوعي يرى ان إحتمال سحب الثانية مستقل عن واقعة سحب الأولى، ولنفرضها كانت سوداء، بتبرير مستمد من عدم وجود علاقة سببية بين لوني الكرتين، أو انه لا يوجد اتصال سببي أو تجريبي بين الحادثتين للسحب، وبالتالي فإن إحتمال سحب الثانية لا يختلف عن إحتمال سحب الأولى. لكن الأمر مع صاحب النظر الذاتي للإحتمال مختلف، كما هو الحال مع فتني الذي يرى بأن الحوادث في تعاقب السحب ليست مستقلة كلياً، فهي ليست مستقلة بالنسبة إلى المعرفة، أو إلى درجات الاعتقاد. فتتابع الحوادث يزودنا بالدليل على نتائج الحوادث المستقبلية، أو انه يقوم بالتأثير على درجات الاعتقاد حول الفرضيات المستقبلية<sup>[19]</sup>. ومع انا نرى ان مبررات الاعتماد على مبدأ التجارب السابقة قوية لا يمكن اغفالها، وانها تقبل التوضع منطقياً، ومن ثم الاعتماد عليها في الحسابات المتأثرة بتلك التجارب، إلا انه ليس من المعلوم ان تكون هناك طريقة احادية يمكن ترجيحها على غيرها من الطرق الكفيلة في الحسابات الاحتمالية، رغم أنه لا غنى في جميع الأحوال من الاعتماد على مبدأ عدم التمييز.

\*\*\*

من جهة ثانية عارض المفكر الصدر إعتبار الحقائق الثلاث المفترضة متساوية الإحتمال قبل السحب، رغم أن هذه القيمة يفرضها مبدأ عدم التمييز الذي اتخذه أساساً لبناء نظرية الإحتمال، على منوال طريقة لابلاس. وقد قدم لذلك تبريراً مستبعداً، حيث ردها إلى حساب التردد في إحتمالات اللون للكرات الموجودة في الحقبة، مع انه مهما بلغ هذا التردد فسيستحيل عليه ان يؤثر على قيم إفتراضات الحقبة قبل السحب<sup>[20]</sup>.

مهما يكن هناك بديهية تفرق بين العلوم الشرطية من خلال معرفة حقيقة الجزاء، وهي البديهية

الخامسة والأخيرة التي أضافها المفكر الصدر إلى سائر بديهاته السابقة. وهي تنص بأنه «كلما كان العلم الإجمالي الشرطي يتحدث عن جزاء غير محدد في الواقع، فلا يصلح ان يكون أساساً لتنمية الاحتمال بتجمع عدد من قيمه الاحتمالية في محور واحد. وهذا يعني: ان الشرط الأساسي لهذه التنمية - على أساس العلم الإجمالي الشرطي - ان يكون معبراً عن جزاء محدد في الواقع»<sup>[21]</sup>.

[1] الاسس المنطقية للاستقراء، ص.191

[2] المصدر السابق، ص.200

[3] نفس المصدر، ص.190

[4] نفس المصدر، ص 215 و 218

[5] انظر: R. Lucas, The 363. Also: J.-Russell;1948, p.357

Concept of Probability, Oxford University Press, 1970, p.27.

[6] هناك طريقة تسهل عملية استخراج عدد الحالات الممكنة، تبعاً لقاعدة التوافيق:

ن!م! (ن - م)!، حيث (ن) تمثل في مثالنا السابق عدد ما يوجد من كرات بيض في الحقيبة المفترضة للسحب، و(م) هي عدد ما سحب من كرات. لذا تستخرج إمكانات الحقائق المفترضة كما يلي:

$$3!(5) - 3! = 5! - 3! \times 1 = 0 \quad \text{ج} \quad 5! = 0 \quad \text{أ} \quad 3! = 1 \quad \text{ب} \quad 4! = 4 \times 3! = 24$$

وتمثل قاعدة التوافيق (ن!م! (ن - م)! اختصاراً للقاعدة التالية:

$$\frac{n!}{m!(n-m)!} = \frac{n \times (n-1) \times \dots \times (n-m+1)}{m \times (m-1) \times \dots \times 1} \quad \text{حيث انه لو ضربنا البسط والمقام في القاعدة الأخيرة بالعلاقة:}$$

$$\frac{n!}{m!(n-m)!} = \frac{n \times (n-1) \times \dots \times (n-m+1)}{m \times (m-1) \times \dots \times 1} \times \frac{(n-m)!}{(n-m)!} = \frac{n!}{m!(n-m)!} \times \frac{(n-m)!}{(n-m)!} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

$$\frac{1 \times (n - m) \times (n - m) \times \dots \times (m - 2) \times (m - 1) + 1}{n(n - 1) \times \dots \times 2 \times 1} \text{ وبالاختصار تكون المعادلة كالتالي:}$$

$$\frac{1 \times (n - m) \times (n - m) \times \dots \times (m - 2) \times (m - 1) + 1}{n!} \text{ وهي عبارة عن:}$$

[7] الاسس المنطقية للاستقراء، ص. 213 علماً ان المذكور في المصدر ان الكرة التالية سوداء لا بيضاء، وهو خطأ مطبعي.

[8] المصدر السابق، ص. 208

[9] المصدر، ص. 224-225

[10] لاحظ، ص. 230

[11] لاحظ، ص. 231-234

[12] لاحظ هامش ص. 238

[13] لاحظ، ص. 234-237

[14] لاحظ، ص. 244-245

[15] لاحظ، ص. 239-244

[16] لاحظ، ص. 295-299

[17] لاحظ، ص. 312

[18] Carnap; p.277.

[19] انظر: Smokler, Jr. Kyburg, and Howard E. Henry E  
Studies in Subjective Probability, printed in the U.S.A, 1964, p.13

[20] وكما يقول: «وأما في فرضية (ن) فلا توجد ثلاث حقائب، بل هناك حقيبة واحدة لا ندري عدد الكرات البيضاء فيها، فإذا لم تكن لدينا أي معلومات إستقرائية سابقة عن نسبة وجود البياض والسواد، وكان لون الكرة مردداً بين السواد والبياض فقط، فسوف تكون قيمة



إحتمال بياض أي كرة:  $1/2$  ، وقيمة إحتمال سوادها:  $1/2$  أيضاً، وهذا يعني: ان إحتمال أن تكون حقيقية (ن) شبيهة بحقيقية (د) - التي تضم خمس كرات بيض - يساوي:  $1/2 = 1/2 \times 1/2$  ، وإحتمال أن تكون شبيهة بحقيقية (أ) - التي تضم ثلاث كرات بيض - يساوي:  $1/2 \times 1/2 = 1/4$  ، وإحتمال أن تكون (ن) شبيهة بـ (ج) - التي تضم أربع كرات بيض - يساوي:  $1/2 \times 1/2 + 1/2 \times 1/2 = 1/2$ .

لاحظ، ص. 246.

[21]