

نظريات الإحتمال لدى الغربيين : (2)

النظريات الموضوعية

يحيى محمد

لنظريات الموضوعية علاقة بالمفهوم التكراري للإحتمال. وترتبط النظرية التكرارية بعدد من المفكرين بدءاً من منتصف القرن التاسع عشر وحتى يومنا هذا، واخذت تثبت أقدامها شيئاً فشيئاً حتى تهيء لتطبيقاتها ان تدخل ضمن المجال العلمي. ففي الأربعينات من القرن التاسع عشر طرح أليس في عدد من الصفحات الفكرة الخاصة بهذه النظرية، ومثل ذلك ما فعله كورنو (Cournot في كتابه) حساب نظرية المصادفات والإحتمالات (سنة 1843، وهو ممن نقد لابلاس حول احتواء نظريته على البعد الذاتي وقسم الإحتمال إلى نوعين؛ أحدهما رياضي والآخر فلسفي، كما يحلو له ان يسميه، وهو التقسيم الذي ورد أيضاً لدى كل من ابليت (Aplet في كتابه) نظرية الإستقراء (سنة 1854، واستاذ الأخير فريز (Fries في كتابه) نظام المنطق) سنة 1811، وجميعهم إعتبروا الإحتمال الرياضي يقاس بحسب الصرامة والدقة الفيزيائية بخلاف الإحتمال الفلسفي. فالإحتمال الرياضي له وظيفة القياس للامكانية الفيزيائية، وهو يعبر عن قانون تُسند إليه الظواهر الخارجية التي تمتاز بكونها مصادفات عشوائية ذات طبيعة موضوعية لا تتوقف على إدراك العقل البشري. ثم جاء جون فين فقام بتطوير النظرية في بحثه (المعنون) منطق المصادفة (سنة 1866 كذلك جاء بعدهم بيرس (Peirce الذي بحث الموضوع ذاته فاضفى عليه بعض الابعاد الجديدة، واخذت النظرية تتطور أخيراً لدى كل من ميزس وريشباخ وغيرهما خلال القرن العشرين، الأمر الذي جعلها أكثر دقة وقبولاً.

وقد جاءت هذه النظرية كرد فعل على الاعتقاد «القبلي» للإحتمال كما ارساه لابلاس في مبدئه القائل بتساوي الحالات الممكنة، حيث رفضت مبدأ عدم التمييز الذي عدته عديم الفائدة في الكشف عن القيم الإحتمالية، خصوصاً وانه يقع في المشكلة المسماة «تناقض برتراند». وبحسب هذه النظرية ليس هناك إلا طريق واحد يجيب عن تلك المشكلة، وهو الطريق الذي يتحدد بتأسيس الإحتمال على التجربة، فعوضاً عن أن يكون تساوي الإمكان هو الذي يؤسس فكرة تساوي الإحتمال، كما تلجأ إليه النظرية السابقة، أصبح تساوي التردد والتكرار هو مصدر القول بتساوي ذلك الإحتمال. وهذه النتيجة لا تتضمن مفهوم الإحتمال سلفاً، ولا مغالطة المصادرة على المطلوب.

وعلى رأي العديد من الباحثين ان جون فين هو أول من اشار إلى التصور التكراري للإحتمال بشكل واضح ومنظم خلال النصف الثاني من القرن التاسع عشر، وانه من الاوائل الذين قاموا بنقد النظرية التقليدية حول ما تشتمله من القبليّة في فكرتها عن التساوي في الاحتمالات، وكونها لا تتحدث عن الاحتمال بوصفه يعبر عن ظهور للحوادث وعلاقاتها الخارجية وصفاتها الخاصة، وبالتالي فقد خلص فين من أنه لا بد من التمييز بين التساوي في الحساب الاحتمالي لاعتقادنا الشخصي كما تعبر عنه النظرية التقليدية، وبين التساوي في الحساب في تكرارات الحدوث للحادثة،

وطبقاً لكارناب فإن اصحاب النظرية التكرارية لم يعلنوا رفضهم للتفسير التقليدي للإحتمال وابداله بمفهومهم الجديد، بل حسبوا تصورهم للإحتمال هو ذات التصور الذي حمله الكتاب الاوائل، وبالتالي فانهم يعدون انفسهم قد ساهموا في صياغة المفهوم بمزيد من الدقة والضبط، وجعلوه أكثر سعة وشمولاً مما كان عليه. لذا فسروا لفظة الاحتمال عند لابلاس لا بمعناه المنطقي، وإنما بالمعنى الاحصائي، لكن جوهر اعتراضهم قد انصب على مبدأ عدم التمييز الذي هجره كلياً.

وعلى العموم هناك مذهبان لهذه النظرية، أحدهما يكتفي بالتكرار المحدود في معرفة القيمة الإحتمالية، والآخر ينفي تحديد التكرار بحد معين، إنما يجعله طريقاً مفتوحاً بغير نهاية. وتفصيل الحديث عن هذين المذهبين سيكون كالآتي:

مذهب التكرار المتناهي

يُنسب هذا المذهب في الاصل إلى الفيلسوف ثيودور فيشر Theodor Fechner الذي نُشر

عمله بعد وفاته) سنة (1897، وجاء بعده كل من برونز Heinrich Bruns وهيلم George Helm، ثم تبنى المذهب عدد من المفكرين المعاصرين، أبرزهم برتراند رسل، كما في كتابه (المعرفة الإنسانية)، باعتباره ان هذا الاتجاه يسمح بانشاء الاحتمال الرياضي ببساطة، وأنه يفرض شروطاً بديهيات الاحتمال وحساباته.

وتتحدد القيمة الإحتمالية في هذا الاتجاه من خلال وجود فئة متناهية تشترك في بعض الأفراد بالانتماء إلى فئة أخرى. فإذا عرفنا عدد تكرر هذا الاشتراك كان بالإمكان تحديد درجة احتمال انتساب أي عضو من الفئة الأولى إلى الفئة الثانية، وذلك من خلال ايجاد نسبة رياضية بين عدد الأعضاء المشتركين وبين مجموع كافة أفراد الفئة المتناهية. فإذا رمزنا إلى عدد الفئة الأولى بـ (ل)، وعدد تكرر الاشتراك لدى اعضائها بـ (ك)، فإن قيمة احتمال أن ينضم فرد ما من الفئة الأولى إلى الفئة الثانية هو: $ح = ك/ل$.

فمثلاً إذا كنا نعرف ان عدد أنواع الطفيليات مائة نوع، وكنا نعلم ان خمسة وعشرين منها لها القابلية على توليد المرض للإنسان؛ ففي هذه الحالة لدينا فئة متناهية هي الطفيليات، وفئة أخرى هي صفة القابلية على توليد المرض، وايضاً هناك اشتراك بين الفئتين لدى مجموعة من أعضائهما. لذا ان تحديد قيمة احتمال أن يكون الطفيلي ممرضاً هو: (25%) :

هذا هو ما يريده الاتجاه المتناهي للتكرار في فهم الاحتمال. ويلاحظ انه لا ينطبق على الفئات والقضايا غير المتناهية، وان التحديد الرياضي للعلاقة بين عدد الأفراد الكلية وعدد تكرر الاشتراك داخلها لا يعطي أي قيمة نهائية للإحتمال فيما لو فرضنا وجود عدد لا نهائي للأفراد. الأمر الذي دعا عدد من المفكرين إلى ايجاد صياغة أخرى للإحتمال تأخذ بعين الاعتبار الفئات

غير المتناهية التي يتشكل منها اغلب قضايا الواقع.

وعلى رأي بريثوايت ان هذا النوع من الاحتمال لا ينفع في التحديد العلمي، فهو يتضمن ان يكون عدد الأعضاء في مقام الكسر محدوداً نهائياً، بينما الاحتمال في المجال العلمي لا يتضمن نهاية الأعضاء، وإلا امتنع التعميم، ويكون الاحتمال خاصاً بالعدد المحدود من تلك النماذج، مما يجعل القضية عموماً ليست في عداد الافتراض العلمي، إذ مهما تهياً لنا من عدد المشاهدات فهناك زيادة ربما توظف ضد الفرضية العلمية. مما يعني انه إذا كان بإمكان التكرار المحدود ان يؤسس الحقيقة للقضية الاحتمالية بشكل نهائي، فإن ما يحصل في المجال العلمي هو غير ذلك بالمرّة، إذ كل نتيجة نتوصل إليها إنما هي نتيجة مؤقتة قابلة للتعديل بفعل ما يوجد من الاعداد غير المتناهية للحالات.

وهناك عدد من الاعتراضات ابداهها المفكر الصادر اتجاه هذا التفسير للاحتمال. فهو يرى ان هذا المذهب يشترط ان يكون لدينا علم بعدد أفراد الفئة (ل (و)ك)، مما يعني اننا لو لم نعلم بالتحديد عدد الأعضاء المشتركة بين الفئتين لما أمكن ان نحدد نسبة الاحتمال، لأنها تفترض العلم التام بعدد هذه الأعضاء. كذلك فيما لو لم يكن لدينا علم بوجود أعضاء مشتركة، أي كنا نحتمل ذلك، فإنه لا يمكننا ان نحدد النسبة الاحتمالية. كما انه في حالات معينة قد تكون هناك حادثة محتملة الوجود من غير تكرار، ففي هذه الحالة لا يمكن أن يطبق عليها ذلك المفهوم، مثل احتمال وجود زرادشت كإنسان كان يدعي النبوة ويدعو إلى الاباحية. يضاف إلى ان التعريف السابق يزودنا بنسبة احتمالية كلية، ففي مثالنا السابق عن الطفيليات الممرضة استطعنا ان نستنتج النسبة الاحتمالية لأي طفيلي - لا على التعيين - بقيمة قدرها (1/4) طالما كان لدينا علم بعدد أفراد الفئة المتناهية وعدد الأعضاء المشتركة. فهذه النسبة كلية ثابتة لأنها نتجت عن معرفتنا بعدد الفئتين (ل (و)ك). (لكن هناك نسبة احتمالية أخرى مشتقة من تلك النسبة الكلية، وهي ما تتعلق بالفرد الواقعي المشخص، كأن نقول - استناداً إلى معرفة تلك النسبة الكلية - ان هذا الطفيلي يحتمل له بدرجة (1/4) ان يكون ممرضاً. وعليه فإن اضافة نفس النسبة من القضية الكلية على القضية الواقعية يحتاج إلى بديهية تقر بضرورة التطابق بين القضيتين، فبدون هذه البديهية لا يحق لنا تحديد القيمة الاحتمالية للقضية الواقعية.

وعلى هذه الشاكلة يمكن أن نذكر بديهية أخرى يقتضيها التعريف، وهي انه لما كانت النسبة الكلية تعتمد على ما يرد من معلومات واقعية فإنها قد تكون قابلة للخطأ وعدم الدقة، حيث انه ليس في جميع الأحوال يمكن أن نعرف بالدقة التامة عدد أفراد الفئة (ل (و)ك)، وعليه فحين نحدد هذا العدد، ومن ثم نقيم النسبة الرياضية، سنحتاج إلى بديهية للتقدير تقر بضرورة ان تكون القيمة الاحتمالية مقدرة على ضوء ما يتحقق لنا من معلومات واقعية. الأمر الذي يعني انها قابلة للتبديل والتغيير طبقاً لتغير البيانات المستمدة من الواقع.

مذهب التكرار اللامتناهي

يعد جون فن أول من صاغ فكرة الحد في سلسلة صاعدة من التكرار (سنة 1866م) فتحدد قيمة احتمال الحادثة يأتي عنده من خلال النسبة القائمة بين نوعين من الحوادث في سلسلة طويلة دون توقف، فكلما ازداد استمرارنا في تتبع سلسلة التكرار كلما أخذت النسبة نحو الثبات تدريجاً حتى ينتهي الأمر إلى الوصول إلى قيمة حدية ثابتة. وقد أخذت هذه الفكرة بعداً متطوراً لدى ميزس وريشباخ. فميزس حدد الاحتمال عبر لحاظ التكرار داخل سلسلة طويلة وكبيرة من النتائج المشاهدة، وذلك حتى يتم التوصل إلى قيمة حدية ثابتة، وهي القيمة التي يعتمد عليها في تحديد قياس الحوادث الجديدة. أي أن العملية تتخذ شكلاً برنولياً، حيث تختبر الحادثة ضمن سلسلة طويلة من التكرار فيتم تحديد النسبة التكرارية للحادثة، وهي قيمة حد التكرار التي تتحدد عليها قيمة احتمال الحادثة في المستقبل.

وتوضيحاً لهذه الفكرة ذكر ميزس مثلاً يتعلق بمعرفة قيمة احتمال ظهور وجه معين من وجهي قطعة نقد، سواء كانت القطعة منتظمة أو غير منتظمة، وصادر وجود مسلمة أساسية لا بد منها لتحديد الاحتمال، وهي تنص بأنه عند تكرار الرمي طويلاً فإن النسبة التي سنحصل عليها من ظهور وجه الصورة مثلاً تميل لأن تصل إلى قيمة محددة ثابتة، وهي قيمة احتمال ظهور ذلك الوجه من القطعة. فكلما زاد التكرار كلما زاد التوقع من الوصول إلى قيمة الحد الثابتة.

فعلى هذه المسلمة اخذ يفسر ما جاء في نظرية (برنولي - بوسن) (المسماة بقانون الاعداد الكبيرة)، وكذا نظرية بايس التي أطلق عليها القانون الثاني للاعداد الكبيرة، لتشابهها مع الأول. وينص القانون الأول بأنه لو رمينا تلك القطعة من النقد مرات كبيرة العدد فسوف نحصل باحتمال كبير يقارب الواحد على ما يقارب تلك النسبة. فمثلاً لو رمينا قطعة النقد ألف مرة وتبين لنا أن النسبة الاحتمالية قد أخذت الثبات نحو الحد بقيمة احتمالية معينة، فإنه على ذلك يمكننا توضيح ما يتعلق بنظرية برنولي، حيث نتوقع أنه لو اردنا أن نرمي القطعة إلى عدد كبير كأن يكون مليون مرة فإنه تبعاً لهذه النظرية سنتوقع باحتمال كبير أن النسبة الاحتمالية التي سنحصل عليها هي ذات تلك النسبة التي حصلنا عليها من قبل، مع اختلاف ضئيل جداً. وعلى نفس الشاكلة قام ميزس بتفسير نظرية بايس أو القانون الثاني للاعداد الكبيرة، والذي ينص بأنه في حالة وجود عدد كبير من قطع النقد المختلفة وقد اظهرت نسبة ظهور كل واحدة منها في رميات طويلة قيمة حدية معينة، فإنه في الرميات الكبيرة مجتمعة سنتوقع أن نسبة تردد ظهور وجه الصورة تتخذ حداً ثابتاً هو نفس ذلك الحد الذي وجدناه لدى مجموع ما ظهر في الرميات الأولى المشاهدة مع اختلاف ضئيل جداً.

وعند ميزس أنه سواء ما يتعلق بالقانون الأول (برنولي)، أو القانون الثاني (بايس)، فإن الأمر يعتمد على المسلمة الأساسية التي مرت معنا، وبدونها لا يصح القانونان. لذلك فإن هناك من اعتبر النظرية التكرارية لها جذور تعود إلى قانون الاعداد الكبيرة لبرنولي. بل واعتبرت فكرة هذا القانون حاضرة بشكل مبكر لدى الاوائل من اصحاب هذه النظرية، وعلى رأسهم جون فن. في حين وجد اصحاب المفهوم التقليدي للاحتمال من نظريات برنولي وبايس جسراً يمررون من خلاله نظريتهم قبال نظرية التحديد التكراري، الأمر الذي دعا ميزس إلى أن يعد ذلك من

المغالطات..

ويشترط ميزس ان يكون الاختبار عشوائياً لكي يحقق الغرض من اقتراب ما اخترناه من القيمة الحدية للإحتمال. فاختبار أي صنف فرعي من السلسلة اللانهائية بشكل عشوائي يمتاز بأنه يتجه ويقترب إلى الحد الإحتمالي الثابت للسلسلة الكلية. مع هذا فإن مسلمة العشوائية لم يأخذ بها رواد هذا المذهب ممن جاء بعد ميزس، مثل ريشنباخ وسالمون^١، وإن مسلمة الحد هي أيضاً لم تصادر لدى الفيلسوفين الآخرين خلافاً لميزس.

نقد مذهب التكرار اللامتناهي

لعل أبرز الانتقادات التي يمكن توجيهها إلى هذا المذهب ما يلي:

١- لا شك ان اهمية النظرية التكرارية هي ان بإمكانها تحديد النسبة الإحتمالية للحادثة عبر التكرار والاختبار حتى في حالة عدم التساوي في الإمكانيات، وهي النقطة التي تنتقد عليها النظرية التقليدية. فتحديد وجه ما من وجوه قطعة زهر محددة يتم بدقة عبر النظرية التكرارية عندما نكون على علم بعدم تساوي الإمكانيات بين الوجوه المختلفة. لكن مع هذا هناك حالات قد نتأكد فيها من التساوي دون حاجة للاختبارات التكرارية، وهي النقطة التي تتفوق فيها النظرية التقليدية على التكرارية، رغم أن بإمكان هذه الأخيرة ان تعالج مثل تلك الحالات تبعاً لإفترضاها، لكنها لا تصل إلى نفس الدقة التي عليها الأولى.

فمثلاً على الحالات التي لا تضطرنا إلى استخدام التكرار كحالة تجريبية، انه لو كانت لدينا عشر كرات متشابهة لكنها موزعة على اصناف من الالوان؛ فإن ذلك يكفي لأن يحدد لنا تعيين الدرجة الإحتمالية لسحب أي منها عشوائياً. والصفة العامة في الدرجة التي نحصل عليها تتسم بالثبات التام، مع ان الاعتماد على مبدأ التكرار الطويل لا يحقق هذه النسبة إلا مع وجود فارق ضئيل، مما يعني ان الاجراء الذي نستخدمه وفق مبدأ الإمكان هو أولى وأدق من ذلك المستخدم وفق مبدأ التكرار.

يضاف إلى ان الإتجاه السابق لا يصدق على القضايا المحدودة للحوادث كالتي يعالجها الإتجاه المتناهي، لكونه يفترض سلسلة لا نهائية لتلك الحوادث. وبالتالي لو اننا طبقنا اتجاه التكرار المتناهي على القضايا المحدودة التي نعلم فيها بتساوي الإمكان؛ لكنت النتائج التي نحصل عليها غير دقيقة، كما ان هذه القضايا لا تخضع إلى تفسير الإتجاه غير المتناهي كما عليه مذهب ميزس. وإن كان ريشنباخ، على خلاف ميزس، قد كفل بتطبيق طريقته على مثل تلك القضايا المحدودة أو النهائية، فضلاً عن تلك التي تتصف بغير نهاية.

كما ان الكثير من القضايا العلمية والحياتية لا تتحدث عن احتمالات التكرارات غير المتناهية. فمثلاً ان شركات التأمين عندما تريد ان تعرض النسب الإحتمالية فإنها لا تتحدث عن العلاقة

التكرارية بوصفها غير متناهية، بل يكفيها البحث عن العدد الكبير نسبياً لتكوين تلك النسبة. وإن كان هذا الاعتراض لا ينطبق على نظرية ريشنباخ بإعتبارها مرنة تتقبل تعديل النسب الاحتمالية عند زيادة التكرار، لكنها في جميع الأحوال لا تعطي ضماناً لأي من التنبؤات، سواء كان هذا الضمان مؤكداً أو محتملاً.

2- ان هذه النظرية لا يمكنها ان تتحدث عن احتمالات الحوادث الفردية. فمثلاً عندما يتحدث العالم التكراري عن احتمالات الزواج المنتهية إلى الطلاق في امريكا ويجد نسبة لها كإن تكون (1\4)؛ فإن ذلك يعني انه يتحدث عن التكرار النسبي للاعضاء من نوعين للحوادث، لكنه لا يتحدث بخصوص الاحتمال الذي يطول هذا أو ذاك من الحالات الخاصة للزواج.

وتبعاً للبروفسور برود فإن الاعتماد على التكرار والاحصاء ينجح في قضايا يمكن تكرارها باستمرار كما هو الحال مع ألعاب الحظ والمصادفة، أما في قضايا الواقع فنواجه حالات كثيرة تتعلق بالاحتمال لكنها لا تعالج تبعاً لفكرة التكرار والاحصاء. فمثلاً ان دراسة احتمال أن يبقى رجل محدد - كزيد مثلاً - في سن الأربعين حياً خلال السنوات العشر القادمة، لا تعتمد على التكرار، حيث لا تكرر في مثل هذه الحالة الخاصة، أو ان وفاة زيد لم تتكرر من قبل، وهي لا تحدث إلا مرة واحدة في العمر. وعندما يقال انه يمكن اخذ إعتبار صفات الرجال الآخرين من نفس الصنف، فذلك غير صحيح أيضاً، حيث لا بد من وجود تغيرات في القيمة الاحتمالية نتيجة الكثير من التغيرات الحاصلة في الحياة الاقتصادية والاجتماعية والصحية وغيرها، ولا شك ان جميع هذه العوامل تؤثر على القيمة الاحتمالية لبقاء زيد على قيد الحياة. وهذا النقد الذي افاده برود قد عدّه الاستاذ رايت مهماً أزاء طريقة ميزس التكرارية.

بل ان هذه النظرية لا يمكنها ان تستوعب الاحتمالات التي تتعلق بالفرضيات والنظريات العلمية، بإعتبارها فردية وغير قابلة للتكرار، كإن تقيم نظرية انشتاين في الجاذبية بأنها قوية الاحتمال، أو يقال بأن هذه القصيدة يحتمل ان تعود إلى الشاعر المتنبي، أو يقال حول حادثة تاريخية محددة بأنها محتملة الوقوع. فمثل هذه الاحتمالات لا تنطبق عليها التكرارات، كما انه لا يمكن معرفة تحديد قيمتها المعرفية. وقد اشار إلى هذا النوع من الاحتمالات وتمييزه عن النوع الآخر الخاص بالحوادث عدد من المنطقيين المحدثين، امثال رامسي وبوبر وكارناب ورسل ونيل.

مع هذا يمكن القول ان ريشنباخ - على خلاف ميزس - قد قبل ما يجري في الحياة العملية من تقرير الاحتمالات للقضايا الشخصية أو الفردية، كإن يسأل عن احتمال أن يكون الطقس ممطراً ليوم غد، فيقال ان هناك احتمالاً كبيراً لصالح هذه الحادثة مثلاً، حيث إعتبر ذلك من الاحتمالات التقريبية. وهو مع ذلك يرفض ان يتحدث عن مثل هذه الحالات الفردية ما لم تبرر من خلال التكرار النسبي. بل ومن حيث ان النتيجة فيه لا تقبل التحقيق خلافاً للاحتمال القائم على التكرار النسبي، فقد اخذ يفسره تبعاً للعادة النفسية، إذ إعتبر ان المرء إذا تعود ان يتحدث

عن الاحتمال بالنسبة إلى حادث مفرد فإن إعتقاده سوف يدفعه لأن يقول بأن - 75% مثلاً - من الحالات الشبيهة الكثيرة ستكون لها نفس النتيجة.

لكن هذا التقرير لاقى اعتراضاً حتى من قبل المنظرين للإحتمال التكراري، لصياغته البسيطة التي تقترب من الاستعمال العامي. فأغلب أولئك الذين اقروا النظرية التكرارية قد اتبعوا ميزس في رفض الحالات الفردية وكذا الحالات التقريبية، معتبرين أياها أنها صياغات بلا معنى، لكونها لا تخضع لمبدأ التحقيق، كما هو واضح.

وقد كان كينز يرى ان النظرية التكرارية ضيقة الأفق، حيث تشترط ان يكون هناك تتابع في الحوادث، وبغير ذلك لا يصح تحديد القيمة الاحتمالية. لكن ميزس رد على كينز من خلال التمييز بين الاستعمال العلمي للإحتمال والاستعمال المألوف عند الناس، فاعتبر من الخطأ تحديد المفهوم العلمي للإحتمال ليطلق كل تلك المتعلقة بالاستعمالات غير العلمية أو ما قبل العلم. فميزس يعترف بأن هناك استخدامات للإحتمال لم تغط بحسب نظريته الخاصة، معتبراً ان هذه الاحتمالات هي نماذج من التصور ما قبل العلم، وهي الحالة التي تكون فيها المعرفة غير ناضجة.

3- إن القيمة الاحتمالية التي تستخرجها النظرية التكرارية لا تنطبق على الحوادث التي يحتمل لها شيء من التلازم. فهناك فرق واضح بين القضايا الاحصائية غير اللزومية، وبين القضايا التي يحتمل لها ان تتضمن شيئاً من اللزوم.

وتوضيح ذلك هو انه لو كنا نحتمل ان تكون بين الحادثتين (أ) و(ب) علاقة لزومية و اردنا اختبار حالهما فأجرينا عليهما ثلاث تجارب كشفت عن إقترانهما بالظهور في الجميع؛ فإن مبدأ التكرار لو شئنا ان نمدد وظيفته حتى على مستوى التجارب القليلة؛ فإنه سيعين قيمة قريبة من الحد، وهي تساوي واحداً طبقاً لقانونه) : ح = ك\ال . ($3 \setminus 3 = 1$) لكن نفس هذه النتيجة ستتكرر فيما لو ظهرت (ب) (مع) أ (دوماً في عشر أو مائة أو ألف أو مليون تجربة، حيث تكون القيمة القريبة من الحد هي أيضاً مساوية لواحد . مع ان من الواضح وجداناً ان (أ) (لو ظهرت مع) ب (في ألف تجربة لكانت النتيجة أقوى من ظهورها في ثلاث أو عشر أو مائة، مما يعني أن إجراء الطريقة السابقة على القضايا التي يحتمل تضمنها اللزوم هو اجراء عقيم . الأمر الذي لا بد فيه من إجراء حساب آخر يتناسب مع هذه المسألة.

وبهذا الصدد يوجد معنيان للزوم، أحدهما بمعنى الضرورة والآخر بمعنى الشد . ولو استخدمنا المعنى الأول طبقاً لنظرية المفكر الصدر لكان من الواجب علينا الاستعانة بإسلوب المنطق الافتراضي كالاتي:

توجد لدينا ثمانية إفتراضات متكافئة من العوامل في حالة ثلاث تجارب كما يلي:

1- عدم ظهور (ب) (مع) أ (في التجربة الأولى فقط.

2- عدم ظهور (ب) (مع) أ (في التجربة الأولى والثانية فقط.

3- عدم ظهور (ب) (مع) أ (في التجربة الأولى والثالثة فقط.

4- عدم ظهور (ب) (مع) أ (في التجربة الثانية فقط.

5- عدم ظهور (ب) (مع) أ (في التجربة الثانية والثالثة فقط.

6- عدم ظهور (ب) (مع) أ (في التجربة الثالثة فقط.

7- عدم ظهور (ب) (مع) أ (في التجارب الثلاث جميعاً.

8- ظهور (ب) (مع) أ (في جميع التجارب.

هذه ثمانية عوامل مفترضة ومتنافية، وهي من الناحية القبلية متساوية الاحتمال بما قيمته $(1/8)$ ، طالما لا يوجد ما يرجح لنا بعضها على البعض الآخر. فلو ظهرت لنا (ب) (مع) أ (في جميع التجارب؛ لكان احتمال التلازم بينهما يحظى بقيمة مجموع الاحتمالات السبعة الأولى مع نصف الاحتمال الثامن، حيث انه حيادي قد يعبر عن التلازم وقد يكون مجرد صدفة خالصة، لهذا لا بد من تقسيمه إلى نصفين أحدهما لصالح اللزوم والآخر لصالح الصدفة، فتكون القيمة النهائية التي يحصل عليها لزوم) أ (مع) ب (هي كالتالي:

$$7/8 + (1/8 \times 1/2) = 15/16$$

أي انه لو كان لدينا ستة عشر عاملاً لكان جميعها باستثناء واحد منها لصالح لزوم) أ (مع) ب. أما لو أقمنا أربع تجارب كشفت عن ظهور (ب) (مع) أ (في جميعها؛ فإن قيمة احتمال التلازم ستكون $(31/32)$.

ولا شك ان هذه القيمة أكبر من القيمة السابقة، مما يعني انه كلما كثرت التجارب الناجحة ازدادت القيمة الاحتمالية للزوم، وهذا ما لا يمكن تفسيره بحسب قانون النظرية التكرارية القائل: (ح = ك\ل).

كذلك الحال فيما لو ارتكزنا على أساس علاقة الشد، رغم أن القيمة الاحتمالية التي تعطيها تختلف عما تزودنا به علاقة الضرورة.

4- ان اتجاه ميزس يفترض أن النسبة الاحتمالية للحوادث عند التكرار الكبير للاختبارات

العشوائية تقترب من نسبة الحد الثابتة، رغم أن النظرية التكرارية تصرح بكونها تعتمد على الإستقراء والتجربة دون اللجوء إلى الافتراضات القبلية كالذي تعمل به النظرية التقليدية، إذ ما الذي يؤكد لنا ان هناك قيمة حدية ثابتة للإحتمال يمكن الاقتراب صوبها؟ هكذا يؤخذ على هذا الإتجاه اعتماده على بعض المصادرات القبلية رغم رفضه لأي فكرة من هذا القبيل. فهو يوجب ان تكون النسبة الاحتمالية التي يحصل عليها في جزء من سلسلة الاختبارات اللانهائية قريبة دائماً من نسبة حد التكرار، ولا شك ان هذا الحكم مفترض ولا يوجد عليه دليل. بل قد يقال أيضاً انه حتى إذا رأينا شيئاً من الثبات النسبي في الاختبارات الكبيرة فإن ذلك لا يبرر بقاء هذا الثبات لدى الاختبارات العظمى ضمن سلسلة غير متناهية، فكل قطعة من هذه السلسلة تكون صغيرة وضيقة قياساً بما تبقى منها، وبالتالي كيف يمكن تبرير الثبات في الجزء الاعظم من هذه السلسلة ما لم يعتمد على أمر خارج حدود الاختبار والتجربة؟ إذ ما المانع من أن أي نتيجة أخرى نحصل عليها تتحول إلى نتيجة أخرى مخالفة عند زيادة الاختبارات؟

على ذلك نُقدت هذه النظرية من حيث ان الحدود التكرارية غير قابلة للتحقيق ولا التأكيد في أي تجربة تقام، لوجود متوالية من السلسلة اللانهائية، وبالتالي لا يوجد ضمان لوجود الحد في مثل هذه العلاقات الترددية. فعلى رأي البعض انه من الناحية المنطقية لا يمكن مشاهدة القيمة الحدية من العلاقة الترددية، ولا مشاهدة استقلالية كل الإمكانيات المتاحة للحوادث في السلسلة، إنما كل ما يمكن لحاظه هو التعاقب المحدود للحوادث. لهذا ودفعاً لمثل تلك المشاكل فإن البعض يرى ان الطريق الاسلم هو الاقتصار على التكرار المتناهي، خصوصاً وان كلاً من العلوم الطبيعية والاجتماعية تقوم على التسليم بمثل هذا النوع من التكرار. مع ان هذه العلوم تعول على الافتراضات المفتوحة بلا حدود، مما يجعل أعضاء النسبة التكرارية تتزايد باضطراد، رغم أنها لا تشترط التكرارات الضخمة كما لدى نظرية ميزس، فهي اقرب إلى نظرية ريشنباخ.

ولا شك ان هذا النقد لا ينطبق على نظرية ريشنباخ، فهو لا يفترض صدق فكرة حد التكرار أو الاحتمال، بل يعتبر انه لو كانت هذه الفكرة صادقة لكان الإستقراء دالاً عليها. وقد عرفنا أن طبيعة هذا الشرط قبلية، حيث لا يملك دليلاً عليه سوى التبرير النفسي المستمد من العادة المسندة إلى الخبرات الماضية. كذلك فإن هذه الفكرة تتضمن نوعاً آخر من الاحتمال، إذ انها تعني ان من المحتمل ان يكون هناك حد، مثلما من المحتمل ان لا يكون، ومن المحتمل ان نعر على هذا الحد، مثلما من المحتمل ان لا نعر عليه. فمن هذه الناحية انها تفضي إلى إفتراض نوع من الاحتمال القبلي الكيفي لتحديد به الاحتمال البعدي الخاص بالحد، وهي بالتالي تفسر الاحتمال بالاحتمال.

5- ان تقدير النسبة الاحتمالية لأي مجموعة كانت من سلسلة الحوادث اللانهائية تحتاج إلى مصادرة تقرر صدق هذه النسبة في حدود ما اتيح لنا من البحث والفحص؛ مادامت هناك إمكانية كبيرة لتعديل النسبة طبقاً لما تكشف عنه الاختبارات اللاحقة. وايضاً فإن تعيين النسبة الاحتمالية ومن ثم تقديرها على الحوادث والافراد التي لم تخضع بعد للاختبار؛ يحتاج إلى

مصادرة قبلية تتعلق بالتعميم ولو كان تعميماً مؤقتاً، حيث أماننا - هنا - حوادث اضفينا عليها حكماً معبراً عن نفس القيمة الإحصائية للحوادث السابقة رغم ما بينهما من اختلاف، وهذا يقتضي إفتراض مصادرة تبرر لنا التعميم من الحالات الماضية المختبرة على الحالات المستقبلية القادمة. فعلى سبيل المثال يمكن لشركات التأمين على الحياة ان تحصل على نسبة معينة من حوادث الموت خلال عشر سنوات، وهي حين تتعامل مع السنوات القادمة القريبة تستخدم نفس هذه النسبة، فكيف حق لها هذا التعامل ما لم تفترض التماثل أو التكافؤ كأنسب اجراء مؤقت؟!

وبعبارة أخرى ان تحديد النسبة الإحصائية لتنبؤاتنا في القضايا التكرارية يعتمد في الأساس على إفتراض تقدير عوامل متكافئة، لأن التكرار وحده وإن كان يعطي نسبة إحصائية للعلاقة بين الصفة المشتركة وجميع الحوادث التي تم إختبارها، إلا أنه لا يبرر الحكم المتنبأ به في الحوادث الواقعية، فليس لدينا ما يبرر هذا الحكم إلا إفتراض تقدير التكافؤ في العوامل طبقاً لتلك النسبة الاحصائية التي يحددها مبدأ التكرار. فعلى سبيل المثال: لو كانت لدينا إحصائية تخبر باصابة (5%) من سكان مدينة بمرض السل الرئوي، فاننا حينما نصف نفس هذه النسبة على إحتمال أن يكون زيد مصاباً بالسل؛ إنما يعني أنه لو افترضنا وجود مائة من العوامل المتكافئة الدواعي فإن خمسة منها فقط لصالح الإصابة. ولا شك ان هذا التفسير لا يبرره التكرار، وإنما يبرره ما افترضناه من ذلك التكافؤ. ففائدة التكرار لا تزيد عن كونه يحدد لنا النسبة الاحصائية التي يعتمد عليها إفتراضنا لتعيين القيمة الإحصائية.

6- كما يلاحظ ان النظرية التكرارية تفترض نوعاً من الإحتمال دون التمكن من تفسيره. فهي تصرح على شاكلة نظرية برنولي من أنه عند الإختبارات الكبيرة فإن هناك توقعاً بإحتمال قريب من الواحد ان النسبة الإحصائية تميل إلى الحد التكراري، أو انه كلما زادت الإختبارات كلما زاد التوقع أو الإحتمال من أن النسبة الإحصائية تميل إلى الثبات. وهذا يعني ان النظرية التكرارية إذا كان بإمكانها ان تفسر لنا الإحتمال بأنه عبارة عن الحد التكراري فإنها لا تفسر لنا الإحتمال الآخر الذي تقر به ضمناً عندما تقول ان هناك توقعاً وإحتمالاً كبيراً جداً - قريباً من الواحد - من أن النسبة الإحصائية تميل إلى الحد، فهي لا تفسر لنا ذلك الإحتمال الكبير البالغ حد الاقتراب من الواحد، بل إنها تفترضه سلفاً لتؤسس عليه الإحتمال الآخر. أو يمكن القول انها تفسر الإحتمال بالإحتمال، الأمر الذي يجعلها تقع إما في الدور أو التسلسل أو المصادرة على المطلوب.

7- ان النظرية التكرارية لا يمكنها ان تفسر لنا الكثير من القضايا الإحصائية. فهي عاجزة مثلاً عن تفسير قانون برنولي في الاعداد الكبيرة، فالنسبة الإحصائية التي يتنبأ بها هذا القانون لم تنشأ على أساس التكرار، بل جاءت نتيجة للتحليل الرياضي القائم على أساس مبدأ الإمكان. وبغض النظر عن هذه النتيجة فإنه ليس بوسع الإنسان - عادة - ان يقيم التكرار في مثل تلك القضايا بإعتبارها تتضمن الاعداد الضخمة من الحوادث والإختبارات. وحتى في الحالات التي يمكن

للإنسان ان يتعامل فيها مع هذه الاعداد فإن اعطاء نتائج لا تتفق مع ما يتنبأ به قانون برنولي لا يجعلنا نشكك في كفاءته، بل يدعونا إلى نعزو سبب ذلك إلى تأثير بعض العوامل التي من شأنها حرف النتيجة عن مسارها المتوقع.

وقد كان نيل يرى ان من الغباء الاعتقاد بأن نظرية برنولي تحتاج إلى التحقيق التجريبي، مثلما هو من الغباء صنع ذلك مع الحساب العددي. $(7 + 5 = 12)$: فالنظرية تستند إلى الضرورة الرياضية، وهي لا تعني ان النتائج تأتي يقينة، فلو رمينا قطعة نقد مليون مرة وظهرت الصورة ما يقارب النصف، فإن ذلك مفسر، ولو انه لم تظهر قريبة من النصف وإنما قريبة من الربع مثلاً فإنه لا يعني خطأ نظرية برنولي، باعتبار ان كل الإمكانيات التوزيعية من الصفر إلى الواحد محتملة، لكن بعضها أقوى من بعض. وعلى الرغم من أن بعض المؤيدين الاوائل للنظرية التكرارية رأى ان من الضروري رفض الحسابات الاحتمالية المقدمة من قبل برنولي وسائر الرياضيين خلال القرن الثامن عشر، لصلة هذه الحسابات الوطيدة بمبدأ عدم التمييز، لكن مع هذا فإن أكثر المدافعين المحدثين للنظرية التكرارية تقبلوا تلك الحسابات بعد اضافة التصور التكراري عليها بعيداً عن ذلك المبدأ.

8- هناك من إعتبر في افكار ميزس شيئاً من الغموض واللبس. فرغم أنه كان تجريبياً وحمل نظريته لتأسيسها على قوانين تجريبية مرئية، إلا انه استخدم مفهوم سلسلة الحد التكراري ليشير به إلى كل من المعنى الرياضي غير المتناهي وإلى مجموعة الحوادث الحقيقية المتناهية. ونجد الاستاذ كرامر (Cramer) رغم أنه يتفق مع ميزس في كون نظرية الاحتمال هي فرع من فروع العلم التجريبي شبيهاً بالميكانيكا، إلا انه لم يوافق على فكرة الحد التكراري الذي يفترض وجود حد ثابت كلما كانت حوادث نوع ما تميل إلى اللانهاية. فهذه هي المسلمة الأساسية الأولى في نظرية ميزس، وقد حسبها كرامر انها جذابة لأول نظرة، لكنها تتضمن صعوبات رياضية عند التحقيق.

ولدى البعض انه يستحيل تحقيق السلسلة اللانهاية للإختبارات، حيث ان النتائج التجريبية هي دائماً نهائية ومحدودة، فإعتبار فكرة «اللانهاية» شرطاً لمعرفة القيمة الحدية للتكرار هو أمر غير صحيح. وكذا فإن الاستاذ بروود قد شكك فيما لو كان يمكن أن يجد لهذه النظرية تطبيقاً خارج حدود الرياضيات المحضة، بإعتبارها تتضمن العدد اللانهائي من الأعضاء. ومثل ذلك ان برتراند رسل لم يتقبل فكرة اللانهاية في نظرية التكرار في العلم التجريبي، معتبراً انها لا تصلح إلا في الرياضيات المحضة. وعليه فقد رجح ان يكون ما يريده بعض رواد النظرية التكرارية، مثل ريشنباخ، لا يتعدى العدد الضخم من التكرارات والإختبارات. مع ان فكرة اللانهاية بالمعنى الرياضي لا تقف عارضاً مشكلاً أمام ريشنباخ، وذلك لأنه لا يعتقد إمكان تحقيق القيمة النهائية لنسبة حد التكرار، إذ يجعل ما تؤول إليه الإختبارات ضمن سلسلة مفتوحة هي التي تبرر إفتراض الاعتماد على النسبة كشيء مرجح قابل للتغير والتعديل دون ان يكون هناك حد نهائي للمسألة. كما ان مذهب ميزس إنما يتحدث عن الإختبارات الكبيرة ضمن السلسلة المفتوحة،

ويعد هذه الاختبارات كفيلة بأن تقربنا من الحد التكراري باضطراب.

9- هناك من اعترض على ميزس لكونه قد جمع بين مسلمتين متناقضتين، هما الاقتراب من الحد وفكرة العشوائية، إذ كيف يمكن أن نضمن التوصل إلى الحد الرياضي عن طريق العشوائية؟! فمن شأن العشوائية أنها لا تتضمن لزوم الخضوع إلى أي قاعدة وقانون رياضي. الأمر الذي جعل البعض يستبعد العشوائية ويحتفظ بفكرة الحد فقط، مثلما فعل كامك (Kamke) ومن وجهة نظر بوبر أن النقد السابق لا يخلو من صحة. لكن قد يقال أن ما يراد من العشوائية هو بمعنى الاستقلال بين الحوادث، وليس بمعنى الفوضى التي لا تخضع إلى أي قاعدة وقانون.

10- ظهرت هناك بعض التصورات التي استهدفت اصلاح نظرية التكرار ونقدها، كما هو الحال مع نظرية بوبر الذي ذكر بأنه سوف يستخدم التصور الموضوعي للإحتمال بشكل أوسع مما هو مستخدم، ويشمل كل التفسيرات الموضوعية للإحتمالات كالنظرية التكرارية، وكذا ما هو أكثر تخصيصاً والذي أطلق عليه التفسير الميلي، فنظريته تغطي كلا التفسيرين التكراري والميلي.

وقد حاول بوبر أن يفسر الحوادث الموضوعية من خلال إعتبار أن لها ميلاً واستعداداً للظهور حسب الشروط الخاصة، فعندما تكون لدينا رميات معتدلة لقطعة النقد فإن لظهور وجه الصورة - مثلاً - ميلاً للاقتراب شيئاً فشيئاً عند قيمة معينة، كأن يظهر الوجه (550) مرة خلال (1000) رمية، لذا يكون الميل للرمية المفردة نفس القيمة السابقة، أي (55%)، فهذا الميل هو لصالح ظهور الصورة حتى لو لم نرم قطع النقد، فهو ميل للأشياء الموضوعية لأن تسلك تلك الطرق المعينة. فالإحتمال عند بوبر يصف سلوك الأشياء الخارجية تحت شروط وظروف معينة بأن لها ميلاً نحو قيمة محددة. فعندما تتحدد قيمة إحتمال أن يكون كل وجه من وجوه قطعة الزهر (1\6)؛ لا يعني أنها جاءت نتيجة رمي القطعة عدد من المرات، فحتى لو لم نرم القطعة مطلقاً فإن صفة الميل تظل موضوعية طبقاً للظروف والشروط الخاصة، إذ يمكن التعرف على الصفات الفيزيائية للقطعة ومنه ندرك - مثلاً - حالة التماثل بين وجوهها الستة، فيتحدد الإحتمال تبعاً لذلك، بل ويتصف بصفة الميل موضوعياً.

هكذا أن بوبر وخلافاً لمدرسة التكرار النسبي يتقبل تحديد إحتمال الحادثة الفردية. بل ويرى أن من الممكن التمييز بين مصدرين رئيسيين لتقديراتنا الفرضية، الأول منهما مؤسس على إفتراض تساوي المصادفة أو الإحتمال، أما الآخر فمؤسس على الملاحظات الاحصائية. ويقصد بالأول هو أن إحتمالات الصفات الأولية تكون متساوية عند التماثل فيما بينها، وافضل مثال على ذلك لعبة الزهر التماثل الوجوه. أما الآخر فمؤسس على الاحصاء، ومثاله احصاءات الوفيات، فهنا أن البيئة الاحصائية حول الوفيات هي من الناحية التجريبية مؤكدة، وطبقاً لهذه الفرضية فإن الميل السابق سوف يستمر إلى أن يكون قريباً جداً على ما كان.

وقد إعتبر بوبر أن العلاقة بين الإحتمال والتكذيب علاقة عكسية كلما ازداد أحدهما انخفض

الآخر. فالنظرية التي يكاد يستحيل تكذيبها هي تلك التي تشتمل على احتمال كبير جداً لأن تكون حقيقة، أي انها لا تقول شيئاً عن العالم، وبالتالي تصبح عديمة الفائدة كنظرية علمية. أي انها تصبح غير قابلة للتكذيب ولا المراجعة والتحقيق، وذلك لنفس الاسباب الخاصة بالظروف ذات النتائج غير التجريبية. فمثلاً ان النسبة الاحتمالية المحددة تبعاً للتكرار الطويل تظل صحيحة ثابتة على الدوام، مما يجعلها غير قابلة للتكذيب. وعلى عكس ذلك، عندما يكون الاحتمال غير ثابت للفرض العلمي فسيمكنه ان يقول شيئاً عن العالم ويصبح أكثر قابلية للتكذيب، ولا شك ان الاحتمال في هذه الحالة هو أقل مقداراً عن الاحتمال الأول، وهو ما ينفع في الطرق العلمية. مع انه يؤخذ على بوبر انه يتعامل مع نوعين مختلفين من الاحتمال، أحدهما هو التقدير النسبي، سواء ذلك الناتج عن التكرار الطويل، أو الناتج عن الاختبارات الأولية، والآخر هو الاحتمال الذي يتقوم به التقدير النسبي، بمعنى اننا نقدر الاحتمال النسبي تبعاً لاحتمال آخر نطلق عليه تعابير مختلفة، كأن نقول هناك احتمال كبير أو ظن يقارب اليقين بأن النسبة الاحتمالية تقدر بنصف مثلاً. كما يمكن أن نطلق على هذا الاحتمال بالميل لانه يقتضيه، وبالتالي انه إذا كان بوبر قد فسر الاحتمال النسبي تبعاً للميل، فإن الميل ذاته يقتضي احتمالاً آخر يحتاج إلى تفسير.

فمثلاً لو عرفنا عبر التكرار الطويل ان النسبة الاحتمالية لظهور وجه الصورة لقطعة نقد تميل إلى درجة النصف تقريباً، فقد نسأل عن مدى ثقتنا بهذه النسبة الاحتمالية، وعندها يمكن أن نجيب بأننا على ثقة بظن كبير جداً بأن ظهور الصورة يميل إلى تلك النسبة، فهذا التعبير ذاته عبارة عن نوع من الاحتمال لا يخضع للتقدير النسبي أو الكمي. وبالتالي فإنه إذا كانت نظرية بوبر تفسر النسبة الاحتمالية تبعاً للميل، فإن الميل هنا يقتضي احتمالاً آخر ليس من صنف الاحتمالات الموضوعية ولا يخضع للاعتبارات الكمية.

وعلى العموم فإن نظرية بوبر رغم أنها تتسع لتفسير مختلف الاحتمالات الموضوعية، لكنها ترفض الاعتراف بالاحتمالات الأخرى التي لها صيغ ذاتية ومنطقية، كما انها تعجز عن أن تفسر الاحتمالات الكيفية رغم أنها أساس تكوين الاحتمالات الأولى.

وهناك من اعترض على بوبر في تبنيه للنظرية التكرارية، حيث انها تقود إلى صعوبات في تحديد احتمالات الفروض. فعدد الإمكانيات في الكون لا متناهي، وعليه إذا حاولنا ان نحدد الاحتمال كنسبة بين عدد الحالات الملائمة للفرضية إلى العدد الكلي من الإمكانيات الموجودة فإن النتيجة ستكون إما صفراً، أو على أحسن الأحوال انها غير محددة.

مع ذلك يمكن أن يجاب بجوابين، أحدهما في حالة ما إذا كنا لا نعترف بتأثير الحالات المختبرة على غير المختبرة، حيث لا نعلم شيئاً عن الأخيرة، وبالتالي فإنها مجهولة التحديد، ولو شئنا ان نستعين بالتقديرات الاحتمالية الذاتية فإن ذلك يفرض علينا ان نعتمد على معرفة إمكانياتها الفعلية، فلو كان لها إمكانان مثلاً فإن احتمال أحدهما سيساوي احتمال الآخر تبعاً

لمبدأ عدم التمييز. وفي هذه الحالة سوف لا نقع بالنتيجة الصفريّة كالذي يفترضه الإشكال المذكور. لكن يظل ان هذه الحالة ليست صحيحة. أما الطريقة الأخرى المتأثرة بالحالات المختبرة، فمن الواضح انها تزودنا بالنسبة الاحصائية الموضوعية، وهي ذاتها التي نقدرها كقيمة احتمالية للحالات غير المختبرة، وذلك على شكلين، أحدهما فيما لو علمنا بالتماثل بين الحالات المختبرة وغير المختبرة، الأمر الذي يجعل النسبة الاحتمالية فيها ثابتة على الدوام تقريباً، أما الآخر فهو فيما لو علمنا بعدم التماثل، وفي هذه الحالة ليس بوسعنا إلا التقدير المؤقت للنتائج الذي حصلنا عليه، وهو مبرر كاجراء مؤقت قابل للتعديل أو التكذيب إذا ما استعنا بلغة بوبر. وفي جميع الأحوال ان ذلك لا يجعل من نظرية بوبر أو غيرها من النظريات تقع في الناتج الصفري كالذي يريد ان يثبتته الإشكال السابق. مع ما يؤخذ على نظرية بوبر بأن فكرتها الخاصة بالميل، هي مثل فكرة الوصول إلى الحد، تعد من المصادرات القبلية المنافية لمزاعم النظريات الموضوعية التي تدعي عدم الاستعانة بالافكار القبلية والذاتية.

¹ Carnap; p.272.

² Day, John Patrick, Inductive Probability, edited By A.J. Ayer, New york: The Humanities press, First Published 1961. p. 131.

³ Kneale; p.150.

⁴ 80. Also: Kneale; p.151. Mises; p.79

⁵ Hacking; p.53.

⁶ John Venn, 'Difficulties of the Classical View of Probability', in: Madden; p.256.

⁷ Carnap; p.272.

⁸ 23. Mises; p.83 and p.22

⁹ Russell;1948; p.356. See also: Kyburg; 1970; p.127.

¹⁰ Russell;1948; p.356. See also: Kneale; p.152.

¹¹ :Richard Bevan Braithwaite, Scientific Explanation; Based Upon

187. See also: George Henrik Von Wright, 'Broad: Broad; p.186' 27
267. 'on Induction and Probability', in: Broad; p.266

²⁸ Lenz. 'The Frequency Theory of Probability', in: Madden; p.267. See
also: Kyburg; 1970; p.48.

²⁹ Braithwaite; 1955; p.119.

408. ' ' : ' ' 30

49. ' Kyburg; 1970; p.48 31

³² Popper; p.153.

³³ Gillies; p.30.

³⁴ McCall; p.143. And Broad; p.195.

³⁵ Day; p.134.

³⁶ Cohen; 1989; p.52.

³⁷ Kneale; p.140.

³⁸ Kneale; p.150.

³⁹ Gillies; p.3.

27. ' Gillies; p.26 40

⁴¹ Kyburg; 1970; p.45.

⁴² Broad; p.293.

⁴³ Russell; 1948; p.383.

215. ' ' : ' ' 44

⁴⁵ Popper; p.154.

⁴⁶ Popper; p.173.

147. □ McCall; p.146⁴⁷

148. □ Kyburg; 1970; p.46. And: Hacking; p.147⁴⁸

169. □ Popper; p.168⁴⁹

⁵⁰ Popper, p.191. Also: Tricker; 1965; p161.

⁵¹ Tricker; p.160.